

## Úkol

### Pracovní úkol

1. Experimentálně ověřte platnost Einsteinova vztahu pro střední kvadratické posunutí částice  $\overline{s^2}$  při Brownově pohybu.
2. Určete aktivitu Brownova pohybu  $A$  částic latexu ve vodě za pokojové teploty.
3. Vypočítejte Avogadrovu konstantu  $N_A$ .

### Klíčová slova

tepelný pohyb molekul, Einsteinův vztah, aktivita Brownova pohybu, Avogadrova konstanta

### Pokyny k měření

1. Pro jednu částici je nutné změřit nejméně 20 poloh.
2. Před přípravou vzorku pečlivě omyjte vodou podložní a krycí mikroskopické sklíčko. Obě skla osušte buničinou. Do otvoru v nalepené fólii kápněte suspenzi v dostatečném množství, překryjte krycím sklíčkem a přebytečný roztok opatrně vysušte buničinou. K pozorování se hodí vzorek, ve kterém nebudou bez zvětšení patrné bubliny.
3. Pro pozorování najděte oblast dostatečně vzdálenou od okrajů vzorku a v příhodné hloubce tak, aby projevy tečení nebyly dominantní. V případě delšího pozorování dochází k vysychání vzorku.
4. Vzhledem k tomu, že velikost částic je blízká vlnové délce světla, pozorujeme výrazné ohybové jevy. Nevidíme přímo částici, ale pozorujeme ohyb světla na částici s typickou strukturou tmavých a světlých prstenců.
5. Časový interval udávaný zvukovou signalizací neodpovídá přesně údajům na štítku.
6. K výpočtu  $\overline{s^2}$  je k dispozici program.

### Poznámky

průměr částice latexu:  $d = 850 \text{ nm}$

latex je zředěn v poměru objemů 1 : 600

dělení kalibrační stupnice: nejmenší dílek stupnice je 0,01 mm

## Teorie

Brownův pohyb je charakterizovaný Einsteinovým vztahem [1]:

$$\langle x^2(t) \rangle = At, \quad (1)$$

kde

$x(t)$  ... projekce posunutí částice za čas  $t$  na zvolenou přímku

$A$  ..... konstanta závislá na vlastnostech částice a prostředí (aktivita Brownova pohybu)

Zapišeme-li (1) ve tvaru

$$\forall P \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\} \forall t \geq 0 : \lim_{\Xi \rightarrow +\infty} \frac{\int_{-\Xi}^{\Xi} \left( \frac{P \cdot (r(\tau+t) - r(\tau))}{\|P\|} \right)^2 d\tau}{2\Xi} = At, \quad (2)$$

kde

$r(\tau)$  ... polohový vektor zvolené částice v čase  $\tau$

lze snadno nahlédnout, že pro libovolné nenulové vektory  $e_1, e_2$  platí:

$$\forall t \geq 0 : \lim_{\Xi \rightarrow +\infty} \frac{\int_{-\Xi}^{\Xi} \left( \left( \frac{e_1 \cdot (r(\tau+t) - r(\tau))}{\|e_1\|} \right)^2 + \left( \frac{e_2 \cdot (r(\tau+t) - r(\tau))}{\|e_2\|} \right)^2 \right) d\tau}{2\Xi} = 2At, \quad (3)$$

neboli (zvolme  $e_1, e_2$  ortogonální):

$$\langle d^2(t) \rangle = 2At, \quad (4)$$

kde

$d(t)$  ... projekce posunutí částice za čas  $t$  do zvolené roviny

Pro částici tvaru koule ve viskózní tekutině je aktivita Brownova pohybu rovna [1]:

$$A = \frac{RT}{3\pi\eta\rho N_A}, \quad (5)$$

kde

$T$  .... teplota prostředí

$\eta$  ..... dynamická viskozita prostředí

$\rho$  ..... poloměr částice

$R$  .... molární plynová konstanta

$N_A$  ... Avogadrova konstanta

Pozorujeme-li vzorek mikroskopem s okulárem nahrazeným kamerou připojenou k televizi, odpovídají poměry vzdáleností na televizním obrazu přibližně skutečným poměrům projekcí vzdáleností ve vzorku na určitou rovinu (říkejme jí *vodorovná rovina*).

Označme

$\alpha$  ..... poměr projekce vzdálenosti dvou bodů ve vzorku na *vodorovnou rovinu* a vzdálenosti jejich televizních obrazů (zaznamenaných na fólii a přenesených na monitor)

$\xi(t)$  .. posunutí televizního obrazu částice za čas  $t$  (zaznamenané na fólii a přenesené na monitor)

Pak

$$d(t) = \alpha \xi(t), \quad (6)$$

Zaznamenáváme-li polohy částice na fólii, ze které je přeneseme na monitor a následně digitalizujeme, platí analogický vztah (pomímám skutečnost, že program ve skutečnosti škáluje každý rozměr zvlášť):

$$\xi(t) = \beta p(t), \quad (7)$$

kde

$\beta$  ..... poměr mezi vzdáleností dvou bodů na monitoru a vzdáleností jejich počítačových obrazů (počtem pixelů)

$p(t)$  ... posunutí počítačového obrazu částice za čas  $t$  (v pixelech)

Chceme-li veličinu  $p(t)$  převést zpět do délkového rozměru, stačí ji vynásobit určitou konstantou (viz (7)): definujeme

$$\beth := \frac{p(t)}{\iota(t)}, \quad (8)$$

kde

$\beth$  .... konstanta (hodnotou odpovídá převrácené hodnotě  $\beta$ )

$\iota(t)$  ... reprezentace veličiny  $p(t)$  v délkovém rozměru (hodnotou odpovídá veličině  $\xi(t)$ <sup>1</sup>)

Označme

$d_0$  .... projekce vzdálenosti dvou jednoznačně určených bodů ve vzorku na *vodorovnou rovinu*

$\xi_0$  .... vzdálenost televizních obrazů těchto bodů

Pak lze  $\alpha$  určit jako:

$$\alpha = \frac{d_0}{\xi_0} \quad (9)$$

Označme

$\xi_1$  .... vzdálenost jiných dvou jednoznačně určených bodů na monitoru

$p_1$  .... vzdálenost počítačových obrazů těchto bodů

$\iota_1$  .... reprezentace veličiny  $p_1$  v délkovém rozměru

Pak

$$\beta = \frac{\xi_1}{p_1}, \quad (10)$$

tedy (podle (8)) lze  $\beta \beth$  změřit podle:

$$\beta \beth = \frac{\xi_1}{\iota_1} \quad (11)$$

---

<sup>1</sup> Avšak je to jiná náhodná proměnná

Pro  $\lambda \geq 0$  definuji

$$\gamma_\lambda := \frac{\langle d^2(\lambda t) \rangle}{\langle d^2(t) \rangle} \quad (12)$$

Ze (4) vyplývá:

$$\forall \lambda \geq 0 : \gamma_\lambda = \lambda \quad (13)$$

Za ověření platnosti Einsteinova vztahu lze považovat ověření platnosti (13) pro  $\lambda \in \{2; 3; 4\}$ . (12) lze po dosazení (6), (7) a (8) upravit na

$$\gamma_\lambda = \frac{\langle \iota^2(\lambda t) \rangle}{\langle \iota^2(t) \rangle} \quad (14)$$

V případě dostatečné shody je postačující aktivitu Brownova pohybu vypočítat s použitím naměřených hodnot  $\langle \iota^2(t) \rangle$  — podle po dosazení (6), (7) a (8) upraveného vztahu (4):

$$A = \frac{\alpha^2 \beta^2 \beth \langle \iota^2(4t) \rangle}{8t} \quad (15)$$

Dynamickou viskozitu suspenze tuhých koulí lze odhadnout jako [2]:

$$\eta = \eta_0 (1 + 2,5\varphi), \quad (16)$$

kde

$\varphi$  ..... objemový podíl koulí v suspenzi  
 $\eta_0$  ..... dynamická viskozita čisté kapaliny

Dosazením do (5) získáme:

$$N_A = \frac{RT}{3\pi\rho A\eta_0 (1 + 2,5\varphi)} \quad (17)$$

## Postup měření

Pro  $i \in \mathbb{N}$ , určující číslo částice, zavedu následující veličiny, s významem odpovídajícím již zavedeným veličinám s analogickým označením:  $d_i(t)$ ,  $\xi_i(t)$ ,  $p_i(t)$ ,  $\iota_i(t)$ ,  $\gamma_{i,\lambda}$ ,  $A_i$ . Zavedu veličinu

$t$  ..... doba mezi zvukovými signály časovače

Pro ověření platnosti Einsteinova vztahu jsem pro každou z osmi vybraných částic změřil hodnoty  $\gamma_{i,\lambda}$  pro  $\lambda \in \{2; 3; 4\}$  podle (14) a porovnal je s hodnotami předpovězenými na základě Einsteinova vztahu odvozenou rovnicí (13). Veličiny  $\langle \iota_i^2(\lambda t) \rangle$  jsem vypočítal s použitím počítačového programu ze souborů hodnot  $\iota_i(\lambda t)$ .

Přípravenou suspenzi latexu ve vodě jsem naness na čisté podložní sklíčko mikroskopu, ze stran položil dvě krycí sklíčka a přes ně položil třetí krycí sklíčko. Na televizní obrazovce jsem pozoroval obraz vzorku. Přes televizní obrazovku jsem napnul fólii, spustil časovač a po určitou dobu zaznamenával na fólii polohu vybrané částice v okamžicích každého zvukového signálu; sousední zaznamenané polohy jsem spojoval. Potom jsem fólii připevnil na monitor počítače a pomocí myši zaznamenané trajektorie digitalizoval — tak jsem změřil hodnoty  $p_i(\lambda t)$ .

Aktivitu Brownova pohybu  $A_i$  jsem pro každou částici, pro kterou byla shoda  $\gamma_{i,\lambda}$  uspokojivá, změřil podle (15). Rozměry na monitoru počítače jsem okalibroval podle (10): na fólii jsem pomocí pravítka vyznačil vzdálenosti  $\xi_1 = 20$  cm v navzájem přibližně kolmých směrech a změřil jejich počítačové obrazy  $p_1$ . Očekávaná hodnota veličiny  $\beta \beth$  je rovna jedné. Konstantu  $\alpha$  jsem změřil podle (9): ohebným pravítkem jsem změřil televizní obraz  $\xi_0$  vzdálenosti  $d_0$  deseti dílků na mikrostupnici; měření jsem provedl ve dvou přibližně kolmých směrech. Dobu  $t$  jsem změřil stopkami řízenými síťovou frekvencí (pro zvýšení přesnosti jsem měřil dobu  $5t$ ).

Ze souboru  $A_i$  jsem určil výslednou aktivitu Brownova pohybu  $A$ .

Avogadrovu konstantu jsem změřil podle (17). Teplotu vzorku jsem určil jako teplotu vzduchu, kterou jsem změřil rtuťovým teploměrem. Jako poloměr částice latexu jsem použil hodnotu ze zadání. Jako dynamickou viskozitu vody za příslušné teploty jsem použil tabelovanou hodnotu. Jako poměr  $\varphi$  jsem použil hodnotu ze zadání. Jako molární plynovou konstantu jsem použil tabelovanou hodnotu.

## Výsledky měření

### Přesnost přístrojů

ohebné pravítko:	$5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
stopky řízené síťovou frekvencí:	$2 \cdot 10^{-1} \text{ s}$ (včetně nepřesnosti člověka)
rtuťový teploměr:	2 K (včetně odhadu systematické chyby způsobené měřením teploty vzduchu namísto teploty vzorku)

### Další chyby

chyba určení projekce na přímkou polohy televizního obrazu pohybující se částice:	$\Delta_t = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
chyba určení projekce na přímkou polohy na monitoru:	$\Delta_m = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
(Vše určeno odhadem.)	

### Ostatní pomůcky

mikroskop s okulárem nahrazeným kamerou připojenou k televizi, podložní a krycí sklička, suspenze latexu ve vodě, počítač s programem pro přenesení dat z fólie a jejich zpracování

### Podmínky měření

místo:	Praha, Ke Karlovu 3
čas:	30.4.2008
teplota vzduchu:	296,4 K
atmosférický tlak:	$97,6 \cdot 10^3 \text{ Pa}$
vlhkost vzduchu:	41%

### Posunutí televizního obrazu částice zpracovaného počítačem

druhá mocnina chyby typu B:  $\Delta^2[\iota_i(\lambda t)] = 2\Delta_t^2 + 2\Delta_m^2$

### Střední kvadratické posunutí televizního obrazu částice zpracovaného počítačem

$\langle \iota_i^2(\lambda t) \rangle$  změřím s použitím hodnot  $\iota_i(\lambda t)$

Chybu měření ( $\varepsilon[\langle \iota_i^2(\lambda t) \rangle]$ ) určím jako kvadratický součet chyby typu B a standardní odchylky:

$$\varepsilon^2[\langle \iota_i^2(\lambda t) \rangle] = \Delta^2[\langle \iota_i^2(\lambda t) \rangle] + \sigma^2[\langle \iota_i^2(\lambda t) \rangle]$$

Přitom:

- standardní odchylku ( $\sigma[\langle \iota_i^2(\lambda t) \rangle]$ ) vypočítám pomocí programu
- chybu typu B ( $\Delta[\langle \iota_i^2(\lambda t) \rangle]$ ) určím podle zákona šíření chyb [4, str. 44, (3,43)]:

$$\Delta^2[\langle \iota_i^2(\lambda t) \rangle] = 4\langle \iota(\lambda t) \rangle^2 \Delta^2[\iota(\lambda T)] = 8\langle \iota(\lambda t) \rangle^2 (\Delta_t^2 + \Delta_m^2)$$

### Poměry $\gamma_{i,\lambda}$

$\gamma_{i,\lambda}$  změřím podle (14).

Chyby měření určím podle zákona šíření chyb [4, str. 44, (3,43)] (standardní odchylky jsou uvedeny v příložených výtiscích).

$$\gamma_{1,2} = 2,1 \pm 2,1$$

$$\gamma_{1,3} = 3,3 \pm 3,2$$

$$\gamma_{1,4} = 4,3 \pm 4,0$$

$$\gamma_{2,2} = 1,9 \pm 1,8$$

$$\gamma_{2,3} = 2,8 \pm 2,5$$

$$\gamma_{2,4} = 3,7 \pm 3,2$$

$$\gamma_{3,2} = 1,8 \pm 1,9$$

$$\gamma_{3,3} = 2,4 \pm 2,5$$

$$\gamma_{3,4} = 3,2 \pm 3,2$$

$$\gamma_{4,2} = 2,0 \pm 1,9$$

$$\gamma_{4,3} = 3,0 \pm 2,7$$

$$\gamma_{4,4} = 3,6 \pm 3,2$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{5,2} &= 1,7 \pm 1,8 \\
\gamma_{5,3} &= 2,6 \pm 2,5 \\
\gamma_{5,4} &= 3,5 \pm 3,3 \\
\gamma_{6,2} &= 1,6 \pm 1,5 \\
\gamma_{6,3} &= 2,2 \pm 1,9 \\
\gamma_{6,4} &= 3,1 \pm 2,5 \\
\gamma_{7,2} &= 2,0 \pm 2,3 \\
\gamma_{7,3} &= 3,0 \pm 3,4 \\
\gamma_{7,4} &= 4,2 \pm 4,5 \\
\gamma_{8,2} &= 2,0 \pm 1,9 \\
\gamma_{8,3} &= 3,9 \pm 3,3 \\
\gamma_{8,4} &= 6,1 \pm 5,1
\end{aligned}$$

### Vzdálenost pro kalibraci rozměrů na televizi

$d_0 = 10^{-4}$  m (vzdálenost 10 dílků mikrostupnice) (mikrostupnici považují za neomezeně přesnou)  
 zdroj: zadání úkolu

### Televizní obraz vzdálenosti pro kalibraci rozměrů na televizi

Tab. 1: Televizní obraz vzdálenosti pro kalibraci rozměrů na televizi

č.m.	1	2
$\xi_0$ [mm]	167	164

přístroj: ohebné pravítko přiložené na kulatou obrazovku televize  
 přesnost přístroje:  $\Delta[\xi_0] = 4 \cdot 10^{-3}$  m (určeno odhadem)  
 standardní odchylka:  $\sigma[\xi_0] = 1,5 \cdot 10^{-3}$  m  
 krajní statistická chyba:  $3\sigma[\xi_0]$   
 chyba měření:  $\varepsilon[\xi_0] = \sqrt{\Delta[\xi_0]^2 + (3\sigma[\xi_0])^2}$   
 očekávaná hodnota: aritmetický průměr hodnot ze souboru  
 výsledek měření:  $\xi_0 = (1,655 \pm 0,06) \cdot 10^{-1}$  m

### Kalibrace rozměrů na televizi

$\alpha$  změřím podle (9).  
 Chybu měření určím podle zákona šíření chyb [4, str. 44, (3,43)].  
 $\alpha = (6,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$

### Vzdálenost pro kalibraci rozměrů na monitoru

přístroj: pravítko  
 přesnost přístroje:  $\Delta[\xi_1] = 5 \cdot 10^{-4}$  m  
 chyba měření:  $\varepsilon[\xi_1] = \Delta[\xi_1]$  (statistická chyba je malá ve srovnání s přesností přístroje)  
 naměřená hodnota:  $\mu[\xi_1] = 2,000 \cdot 10^{-1}$  m  
 výsledek měření:  $\xi_1 = (2,000 \pm 0,005) \cdot 10^{-1}$  m

### Kalibrace rozměrů na monitoru

$\beta \square$  změřím podle (11).  
 Chybu měření určím podle zákona šíření chyb [4, str. 44, (3,43)]:  
 $\varepsilon[\beta \square] = \mu \left[ \frac{\varepsilon[\xi_1]}{\iota_1} \right] = \frac{\varepsilon[\xi_1]}{\mu[\xi_1]}$   
 Očekávaná hodnota je rovná jedné:  
 $\mu[\beta \square] = 1$   
 $\beta \square = 1,0000 \pm 0,0025$

### Doba mezi zvukovými signály časovače

Tab. 2: Doba mezi zvukovými signály časovače

č.m.	1	2	3	4	5
$5t$ [s]	24,02	24,12	24,07	23,99	24,03

přístroj:	stopky řízené síťovou frekvencí
přesnost přístroje:	$\Delta[5t] = 0,2 \text{ s}$
standardní odchylka:	$\sigma[5t] = 0,02 \text{ s}$
krajní statistická chyba:	$3\sigma[5t]$
chyba měření:	$\varepsilon[5t] = \sqrt{\Delta[5t]^2 + (3\sigma[5t])^2}$ (časovač budu považovat za neomezeně přesný)
očekávaná hodnota:	aritmetický průměr hodnot ze souboru
výsledek měření:	$t = (4,81 \pm 0,04) \text{ s}$

### Aktivity Brownova pohybu jednotlivých částic

$A_i$  změřím podle (15).

Chyby měření určím podle zákona šíření chyb [4, str. 44, (3,43)].

$$A_1 = (1,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$A_2 = (1,7 \pm 0,7) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$A_3 = (1,2 \pm 0,6) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$A_4 = (1,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$A_5 = (1,4 \pm 0,6) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$A_6 = (1,5 \pm 0,6) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$A_7 = (1,2 \pm 0,6) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$A_8 = (2,9 \pm 1,0) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

### Aktivita Brownova pohybu standardně se chovajících částic

$A$  určím metodou nejmenších čtverců aplikovanou na konstantní funkci a soubor  $A_i$ , ve kterém ponechám pouze částice s uspokojivou shodou  $\gamma_{i,\lambda}$  s hodnotami předpovězenými (13), tedy částice č. 2 a 7.

$$A = (1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

### Teplota vzorku

přístroj:	rtuťový teploměr
přesnost přístroje:	$\Delta[T] = 2 \text{ K}$
chyba měření:	$\varepsilon[T] = \Delta[T]$ (statistická chyba je malá ve srovnání s přesností přístroje)
naměřená hodnota:	$\mu[T] = 297 \text{ K}$
výsledek měření:	$T = (297 \pm 2) \text{ K}$

### Dynamická viskozita vody za příslušné teploty

$$\eta_0 = (9,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{za normálního tlaku a teploty } 297,15 \text{ K})$$

zdroj: [5]

Chybu jsem určil jako chybu způsobenou nepřesností určení teploty, vypočítanou po aproximaci závislosti v bodě příslušné teploty přímkou.

### Poloměr částice

$$\rho = (4,25 \pm 0,15) \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad \text{chybu jsem určil odhadem}$$

zdroj: zadání úkolu

### Objemový podíl koulí v suspenzi

$$\varphi = (1,67 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \quad \text{chybu jsem určil odhadem}$$

zdroj: zadání úkolu

### Molární plynová konstanta

$$R = (8,314472 \pm 0,000015) \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad (\text{chyba představuje standardní odchylku})$$

zdroj: [3]

### Avogadrova konstanta

$N_A$  změřím podle (17).

Chybu měření určím podle zákona šíření chyb [4, str. 44, (3,43)], přičemž hodnoty konstant v (8) budu považovat za neomezeně přesné.

$$N_A = (4,9 \pm 1,5) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

## Diskuse

Velkou chybu měření aktivity Brownova pohybu částice způsobuje především velká nepřesnost záznamu polohy obrazu částice na fólii.

Převážná část chyby měření Avogadrovy konstanty je určena chybou měření aktivity Brownova pohybu; chyba měření teploty a dynamické viskozity má na výslednou chybu minimální vliv.

Relativní chyby poměrů  $\gamma_{i,\lambda}$  se pohybují kolem jedné, hodnoty jsou tedy pouze orientační. Tato nepřesnost je opět způsobena především nepřesností záznamu polohy obrazu částice na fólii.

U všech částic lze zaznamenat projevy tečení (což je patrné na přiložených záznamech obrazu trajektorie i na hodnotách poměrů  $\gamma_{i,\lambda}$ ), avšak u částic č. 2 a 7 jsou tyto projevy minimální — o čemž nasvědčuje i shoda poměrů  $\gamma_{i,\lambda}$  s předpovídanou hodnotou — a vzhledem k přesnosti určení polohy obrazu částice na televizi zanedbatelné.

Dalším možným zdrojem nepřesnosti je případná odlišná hodnota objemového podílu latexu ležící výrazně mimo interval odhadnuté chyby a nepřesnost vztahu (16) pro určení viskozity suspenze.

Měření by významně zpřesnilo zpracování delších časových intervalů.

[3] udává hodnotu Avogadrovy konstanty  $6,022... \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . Naměřená hodnota se v rámci chyby s touto hodnotou shoduje.

## Závěr

Experimentálně jsem ověřil platnost Einsteinova vztahu pro střední kvadratické posunutí částice při Brownově pohybu — viz hodnoty  $\gamma_{i,\lambda}$ .

Změřil jsem aktivitu Brownova pohybu částice latexu ve vodě za pokojové teploty:

$$A = (1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Změřil jsem hodnotu Avogadrovy konstanty:

$$N_A = (4,9 \pm 1,5) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

## Reference

- [1] LEVIČ, V. G. *Úvod do statistické fyziky*. Praha: Nakladatelství ČSAV, 1954.
- [2] VEIS, Š., MAĐAR, J., MARTIŠOVITŠ, V. *Mechanika a molekulová fyzika*. Bratislava: Alfa, 1981.
- [3] MIKULČÁK, Jiří. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, spol. s r. o., 2005. ISBN 80-7196-264-3.
- [4] BROŽ, Jaromír. *Základy fyzikálních měření (I)*. 1. vydání. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1967.
- [5] *ThermExcel* <[http://www.thermexcel.com/english/tables/eau\\_atm.htm](http://www.thermexcel.com/english/tables/eau_atm.htm)> získáno 4.5.2008.