

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM II

Úloha č.: VIII

Název: Měření impedancí rezonanční metodou

Vypracovala: ..... stud. sk. .... dne: 19.04.04.....

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: .....

Posuzoval: ..... dne ..... výsledek klasifikace .....

Připomínky:

## I. Pracovní úkol

- I. Změřte indukčnosti  $L_A$ ,  $L_B$  a vlastní kapacity cívek  $C_A$ ,  $C_B$  cívek A, B.
- II. Určete vzájemnou indukčnost  $M$  cívek A a B umístěných ve svorkách 1, 2 a 3, 4 z měření jejich celkové indukčnosti.
- III. Pro jedno zapojení proměřte rezonanční křivku. Naměřený průběh porovnejte graficky s teoretickým a vyhodnoťte míru útlumu, činitel jakosti a náhradní sériový odpor obvodu.
- IV. Proveďte kalibraci otočného kondenzátoru diferenční metodou a výsledek vynesete do grafu.
- V. Měření indukčnosti s vzájemné indukčnosti opakujte a stanovte chybu měření.

## II. Teorie

Pro sériové zapojení indukčnosti  $L$ , kapacity  $C$  a odporu  $R$  platí vztah:

$$U = I \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (1)$$

$U$  ..... napětí

$I$  ..... proud

$\omega$  ..... úhlová frekvence

Udržíme-li na sériovém obvodu konstantní napětí  $U$ , poteče obvodem maximální proud  $I_r$ . Při úhlové frekvenci  $\omega_r$ , pro kterou platí:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

Dochází k tzv. rezonanci.

Redukovanou rezonanční křivkou rozumíme závislost poměrné hodnoty proudu  $y = \frac{I}{I_r}$  na rozhraní  $x = \frac{\omega}{\omega_r}$ . Zavedeme-li veličinou  $d$  vztahem:

$$d = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (3)$$

$d$  nazýváme míra útlumu. Potom můžeme rezonanční křivku popsat vztahem:

$$y^2 = \frac{d^2}{d^2 + \left( x - \frac{1}{x} \right)^2} \quad (4)$$

Míra útlumu charakterizuje šířku rezonanční křivky. Pro  $y^2 = 0,5$  je míra útlumu rovna  $d = |x_1 - x_2|$ . Činitel útlumu můžeme také zapsat vztahem:

$$d = \frac{R}{\omega_r L} \quad (5)$$

Pro činitel jakosti platí:

$$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{d} \quad (6)$$

$R$  ..... sériový náhradní odpor obvodu

Činitel jakosti  $Q$  určuje formálně stejný výraz jako tangentu fázového posunu  $\varphi$ , proudu a napětí sériového řazení odporu  $R$  a indukčnosti  $L$ . V rezonančním obvodu je při rezonanci fázový posuv roven nule.

Zapojíme-li dvě cívky o indukčnosti  $L_A$  a  $L_B$  do série mají vzájemnou indukčnost, pro kterou platí:

$$L_{1,2} = L_A + L_B \pm 2M \quad (7)$$

Kladné znaménko platí pro souhlasné vynutí cívek, záporné pro nesouhlasné. Pro oba případy změříme celkovou indukčnost a rezonanční frekvenci a podle vztahu (2) získáme hodnoty  $L_1$  a  $L_2$ , z nichž vypočteme vzájemnou indukčnost podle vztahu:

$$M = \frac{L_1 - L_2}{4} \quad (8)$$

Každá cívka má vlastní kapacitu. Tu určíme následujícím způsobem: Zapojíme cívku a kapacitu do série a vyhledáme rezonanční frekvenci. Pak zvýšíme frekvenci na dvojnásobek. Rezonanci nastavíme změnou kapacity. Vlastní kapacitu vypočítáme ze vztahu:

$$C_0 = \frac{C_1 - 4C_2}{3} \quad (9)$$

$C_1$  ..... původní kapacita

$C_2$  ..... kapacita při dvojnásobné frekvenci

Indukčnost cívky pak určíme ze vztahu:

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} \quad (10)$$

$C$  ..... součet kapacity kondenzátoru a parazitní kapacity cívky

Máme-li kondenzátoru neznámé kapacity, můžeme jeho kapacitu změřit diferenční metodou. Tento kondenzátor zapojíme paralelně ke kondenzátoru známé kapacity a nastavíme

rezonanci změnou frekvence. Potom odpojíme měřený kondenzátor a nastavíme rezonanci zvýšením kapacity. Kapacitu kondenzátoru pak získáme ze vztahu:

$$C = C_1 - C_2 \quad (11)$$

$C_1$  ..... kapacita po zvýšení

$C_2$  ..... původní kapacita

Tímto způsobem můžeme okalibrovat otočný kondenzátor.

### III. Výsledky měření

tab. 1 – měření vlastní kapacity a impedance cívky A

$C_1$ [pF]	600,0	505,5	600,0
$f_1$ [kHz]	419,20	460,06	416,75
$C_2$ [pF]	108,0	79,5	106,5
$f_2$ [kHz]	838,40	920,12	839,50
$C_0$ [pF]	56,0	62,5	58,0
$L$ [μH]	219,7	210,7	221,6

Vlastní kapacita cívky je  $C_0 = (59 \pm 6) \text{ pF}$

Indukčnost cívky je  $L = (217 \pm 6) \text{ μH}$

tab. 2 – měření vlastní kapacity a impedance cívky B

$C_1$ [pF]	600,0	650,0	600,0
$f_1$ [kHz]	406,13	391,36	406,55
$C_2$ [pF]	135,0	141,5	134,0
$f_2$ [kHz]	812,06	782,70	813,00
$C_0$ [pF]	20,0	28,0	21,3
$L$ [μH]	247,7	243,9	246,7

Vlastní kapacita cívky je  $C_0 = (23 \pm 3) \text{ pF}$

Indukčnost cívky je  $L = (246 \pm 3) \text{ μH}$

## Měření impedancí rezonanční metodou

tab. 3 – měření vzájemné indukčnosti cívek  $L_1$  a  $L_2$  v nesouhlasném zapojení

C [pF]	600	500	400	550	650
f [kHz]	266,3	291,8	323,8	278,3	256,7
$L_2$ [ $\mu$ H]	595,3	595,0	604,0	594,6	591,4

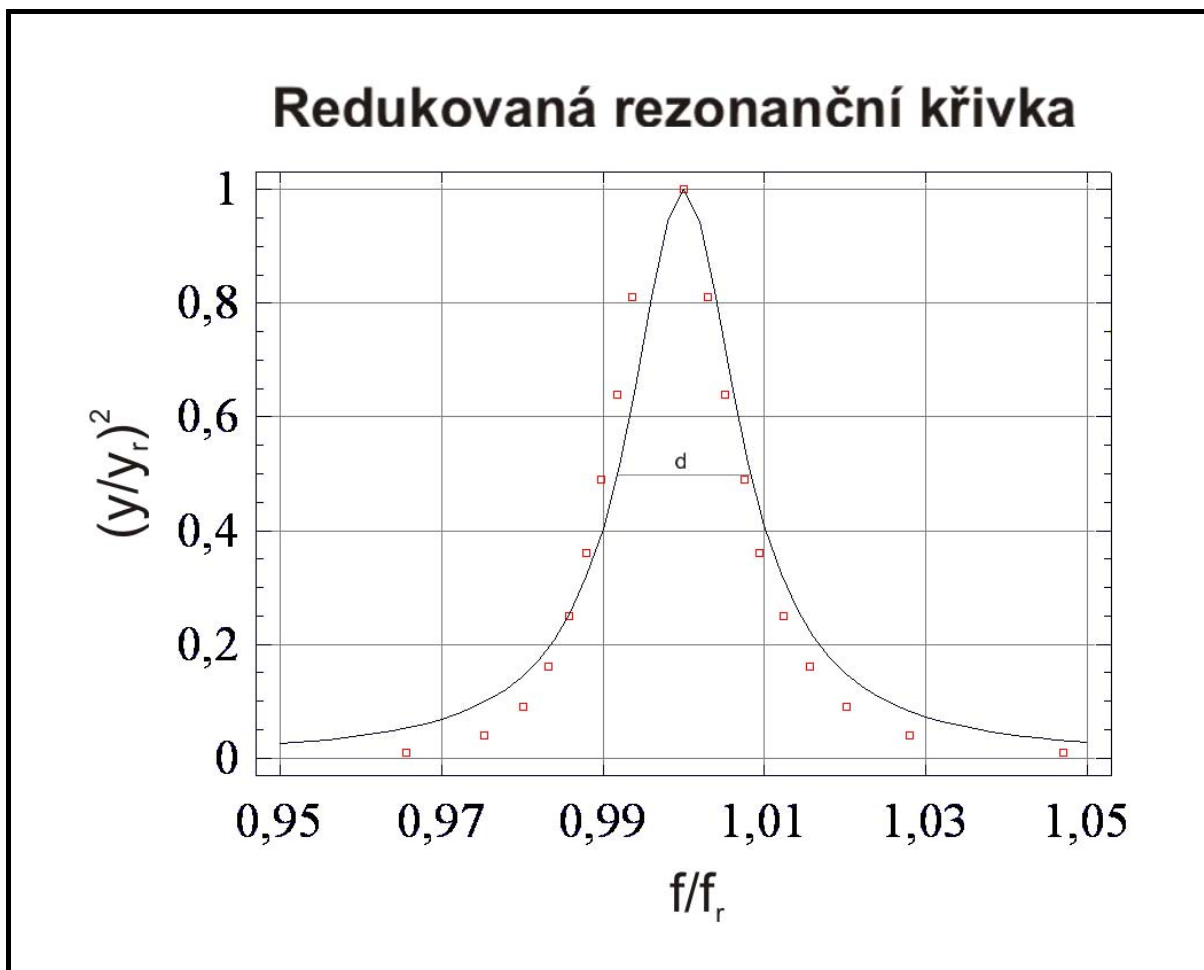
tab. 4 – měření vzájemné indukčnosti cívek  $L_1$  a  $L_2$  v souhlasném zapojení

C [pF]	600	500	400	550	650
f [kHz]	340,4	372,2	413,3	353,7	326,9
$L_1$ [ $\mu$ H]	364,3	365,7	370,7	368,1	364,7

Vzájemná indukčnost cívek A a B je  $M = (57 \pm 9) \mu H$

tab. 5 – měření rezonanční křivky

y	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0,1
y/y <sub>r</sub>	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
f [kHz]	372,2	373,3	374,1	375,0	375,7	376,8	378,0	379,7	382,6	389,7	571,0
f/f <sub>r</sub>	1,0000	1,0030	1,0051	1,0075	1,0094	1,0124	1,0156	1,0202	1,0279	1,0470	1,5341
f [kHz]		369,8	369,1	368,4	367,7	366,9	366,0	364,8	363,0	359,4	347,8
f/f <sub>r</sub>		0,9936	0,9917	0,9898	0,9879	0,9858	0,9833	0,9801	0,9753	0,9656	0,9344



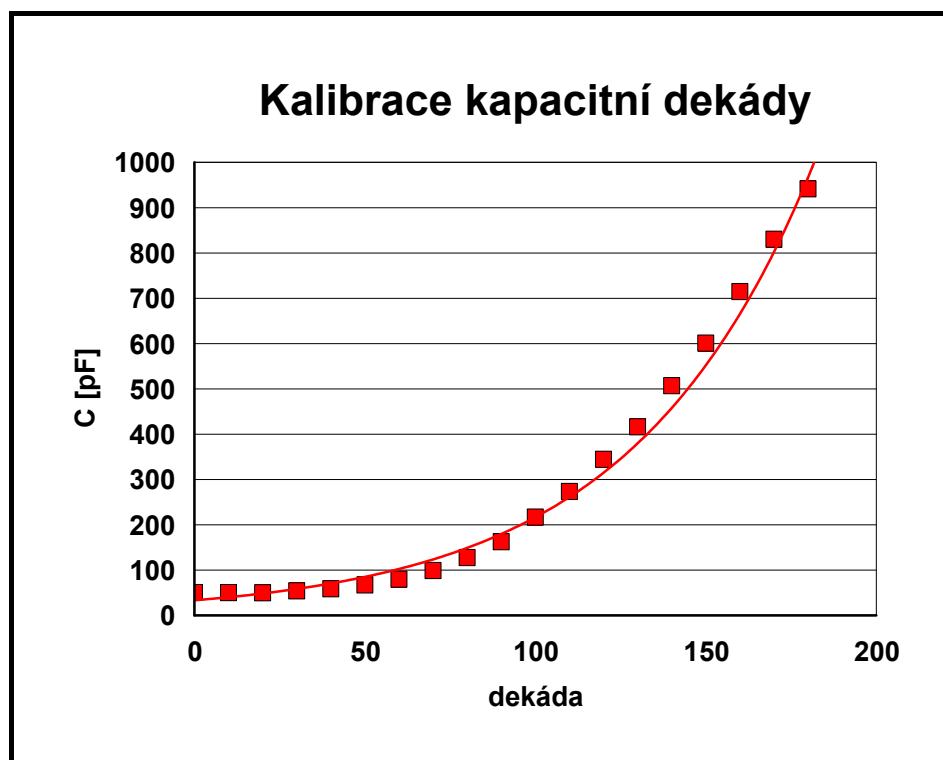
Míra útlumu  $d = (0,10 \pm 0,01)$

Činitel jakosti  $Q = (10 \pm 1)$

Náhradní sériový odpor  $R = (85 \pm 9)\Omega$

tab. 5 – kalibrace otočného kondenzátoru

dekáda		0	10	20	30	40	50	60	70	80
$C_1$ [pF]	1100,0									
$C_2$ [pF]		1049,3	1049,3	1049,5	1045,5	1041,0	1032,5	1019,5	1000,5	972,0
$C$ [pF]		50,8	50,8	50,5	54,5	59,0	67,5	80,5	99,5	128,0
dekáda	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
$C_2$ [pF]	937,0	882,5	826,0	755,0	683,5	592,5	498,5	385,0	269,5	158,0
$C$ [pF]	163,0	217,5	274,0	345,0	416,5	507,5	601,5	715,0	830,5	942,0



graf 2

## IV. Diskuse

Chybu při měření vlastní kapacity a indukčnosti cívky určujeme jako chybu opakovaného měření. Chyba odečtu kapacity a rezonanční frekvence můžeme proti této chybě zanedbat. Při měření kapacity nastavujeme dvojnásobnou frekvenci, což se nám nikdy nepodařilo úplně přesně a to vnáší další chybu do měření. Vlastní kapacita cívky by byla pro normální měření zanedbatelná, neboť u cívky A tvoří nejhůře 10%, u cívky B 4%.

Měřili jsme také vzájemnou indukčnost dvou cívek. Pro souhlasné zapojení cívek jsme proměřili celou rezonanční křivku (viz graf 1). Tato křivka odpovídá našim předpokladům. Z regrese jsme zjistili hodnotu činitele útlumu.

Okalibrovali jsme také kapacitní dekádu (otočný kondenzátor), závislost kapacity viz graf 2.

## V. Závěr

Změřili jsme vlastní kapacitu a indukčnost cívek:

cívka A:

Vlastní kapacita cívky je  $C_0 = (59 \pm 6) \text{ pF}$

Indukčnost cívky je  $L = (217 \pm 6) \text{ }\mu\text{H}$

cívka B:

Vlastní kapacita cívky je  $C_0 = (23 \pm 3) \text{ pF}$

Indukčnost cívky je  $L = (246 \pm 3) \text{ }\mu\text{H}$

Měřili jsme také vzájemnou kapacitu těchto cívek  $M = (57 \pm 9) \text{ }\mu\text{H}$ .

Rezonanční křivka pro souhlasné zapojení těchto dvou cívek je znázorněna v grafu 1.

Míra útlumu  $d = (0,10 \pm 0,01)$

Činitel jakosti  $Q = (10 \pm 1)$

Náhradní sériový odpor  $R = (85 \pm 9) \text{ }\Omega$

Závislost kapacity kondenzátoru je znázorněna v grafu 2.

## VI. Literatura

Bakule, R., Štenberk, J.: Fyzikální praktikum II., SPN Praha, 1989

Spružil, B., Zieleniecová, P.: Úvod do teorie fyzikálních měření, SPN Praha, 1986