

1 Pracovní úkol

1. Změřte indukčnost $L(A)$, $L(B)$ a vlastní kapacity C_A , C_B cívek A a B.
2. Určete vzájemnou indukčnost M cívek A a B umístěných ve svorkách 1,2 a 3,4 z měření jejich celkové indukčnosti.
3. Pro jedno zapojení proměřte rezonanční křivku. Naměřený průběh porovnejte graficky s teoretickým a vyhodnoťte míru útlumu, činitel jakosti a náhradní sériový odpor obvodu.
4. Proveďte kalibraci otočného kondenzátoru diferenční metodou a výsledek vynesete do grafu.
5. Měření indukčnosti a vzájemné indukčnosti několikrát opakujte a stanovte chybu měření.

2 Teoretický úvod

2.1 Indukčnost cívky

Velikost impedance Z sériového RLC obvodu je dána vztahem:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (1)$$

kde ω je kruhová frekvence. Je-li obvod v rezonanci, tj. protéká-li obvodem největší proud, je velikost impedance Z nejmenší. Pro kruhovou frekvenci potom platí:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

Vlastní kapacitu cívky zjistíme takto: na sériově připojeném kondenzátoru nastavíme kapacitu C_1 a najdeme rezonanční frekvenci. Potom zvýšíme frekvenci na dvojnásobek a změnou kapacity kondenzátoru na hodnotu C_2 znovu nastavíme rezonanci. Vlastní kapacitu cívky C_0 potom vypočteme ze vztahu:

$$C_0 = \frac{C_1 - 4C_2}{3} \quad (3)$$

2.2 Vzájemná indukčnost cívek

Zapojíme dvě cívky o indukčnostech L_A a L_B tak, aby jimi procházel proud jednak souhlasně, jednak nesouhlasně. V obou případech naměříme celkovou indukčnost sériového zapojení cívek L_1 (pro souhlasné zapojení) a L_2 (pro nesouhlasné zapojení).

Vzájemnou indukčnost M obou cívek potom určíme ze vzorce:

$$M = \frac{L_1 - L_2}{4} \quad (4)$$

2.3 rezonanční křivka

V našem případě budeme používat redukovanou rezonanční křivku. Tou rozumíme závislost poměrné hodnoty proudu $\frac{I}{I_r} = y$ na rozladění $\frac{\omega}{\omega_r} = x$. Hodnoty I_r a ω_r jsou hodnoty při rezonanci.

Jestliže označíme

$$d = R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (5)$$

potom platí:

$$y^2 = \frac{d^2}{d^2 + (x - \frac{1}{x})^2} \quad (6)$$

Veličina d z rovnice (5) se nazývá míra útlumu a charakterizuje šířku rezonanční křivky. Pro $y^2 = 0.5$ je míra útlumu d přesně rovna absolutní hodnotě rozdílu příslušných x-ových souřadnic.

Převrácená hodnota míry útlumu se nazývá činitel jakosti Q . Platí:

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{\omega_r L}{R_s} \quad (7)$$

kde R_s je sériový náhradní odpor obvodu.

2.4 Kalibrace kondenzátoru

Neznámou kapacitu C zapojíme paralelně k vestavěnému kondenzátoru, a obvod nastavíme do rezonance - odečteme hodnotu C_2 . Potom neznámý kondenzátor odpojíme a změnou kapacity vestavěného kondenzátoru opět obvod nastavíme do rezonance - odečtená hodnota bude C_1 . Potom lze neznámou kapacitu C určit ze vztahu:

$$C = C_1 - C_2 \quad (8)$$

3 Výsledky měření

3.1 Indukčnost cívek

	f_1 (kHz)	f_2 (kHz)	C_1 (pF)	C_2 (pF)	C_0 (pF)	L (mH)
cívka A	427,27	854,00	600	110	53,33	0,21
cívka B	406,98	814,5	600	134	21,33	0,25

V tabulce je C_1 kapacita kondenzátoru při frekvenci f_1 , C_2 je kapacita při dvojnásobné frekvenci f_2 , C_0 je vlastní kapacita cívky a L je indukčnost cívky.

3.2 Vzájemná kapacita cívek

	f_1 (kHz)	f_2 (kHz)	C_1 (pF)	C_2 (pF)	C_0 (pF)	L (mH)
souhlasně	268,39	536,78	600	134	21,3	0,566
	268	536,02	600	135	20,0	0,569
nesouhlasně	338,5	677,49	600	135	20,0	0,357
	338,66	677,20	600	135	20,0	0,356

Průměrné hodnoty indukčnosti cívek:

$$\text{souhlasně: } L_1 = (0.567 \pm 0.003)\text{mH}$$

$$\text{nesouhlasně: } L_2 = (0.356 \pm 0.002)\text{mH}$$

Vzájemná indukčnost cívek: $M = (0.053 \pm 0.002)\text{mH}$

3.3 Rezonanční křivka

výchylka	f (kHz)	y^2	x
5	447,62	0,1	1,050
10	441,10	0,2	1,034
15	437,93	0,3	1,027
20	435,92	0,4	1,022
25	434,32	0,5	1,018
30	433,05	0,6	1,015
35	431,85	0,7	1,013
40	430,55	0,8	1,010
45	429,26	0,9	1,007
50	426,47	1,0	1,000
45	423,65	0,9	0,993
40	422,30	0,8	0,990
35	420,85	0,7	0,987
30	419,46	0,6	0,984
25	418,03	0,5	0,980
20	416,06	0,4	0,976
15	413,72	0,3	0,970
10	408,84	0,2	0,959
5	398,80	0,1	0,935

V tabulce "výchylka" znamená výchylku na stupnici galvanometru (je uvedena v dílcích stupnice), která určuje procházející proud.

Grafické zpracování viz graf 1 (příloha 1).

Hodnoty zjištěné z grafu:

$$d = (0.035 \pm 0.003)$$

$$Q = (28.4 \pm 2.0)$$

$$R_s = (20.1 \pm 1.7)\Omega$$

3.4 Kalibrace kondenzátoru

C_1 (pF)	výchylka	C_2 (pF)	C (pF)
1100	0	1057	43
1100	10	1031	69
1100	20	1029	71
1100	30	1025	75
1100	40	1020	80
1100	50	1011	89
1100	60	997	103
1100	70	977	123
1100	80	951	149
1100	90	911	189
1100	100	858	242
1100	110	800	300
1100	120	736	364
1100	130	661	439
1100	140	573	527
1100	150	476	624
1100	160	365	735
1100	170	244	856
1100	180	136	964

V tabulce "výchylka" znamená výchylku na stupnici měřeného kondenzátoru, C je jeho vypočtená kapacita.

Grafické zpracování viz graf 2 (příloha 1).

4 Diskuze

Největší chyby měření asi vznikly při určování rezonanční frekvence, protože změna frekvence generátoru o jednotky hertzů (v okolí rezonanční frekvence) nevyvolala téměř žádnou změnu na stupnici galvanometru.

Rezonanční křivka zjištěná z naměřených hodnot se velmi dobře shoduje s teoretickou křivkou (viz graf 1).

Závislosti kapacity kondenzátoru na počtu dílků na stupnici nejlépe odpovídá exponenciální závislost.

5 Závěr

1. Vlastní indukčnost a kapacita cívek A a B

$$L_A = (0.21 \pm 0.01)\text{mH}$$

$$C_A = (53.33 \pm 0.7)\text{pF}$$

$$L_B = (0.25 \pm 0.01)\text{mH}$$

$$C_B = (21.33 \pm 0.4)\text{pF}$$

2. Vzájemná indukčnost cívek

$$M = (0.053 \pm 0.002)\text{mH}$$

3. Hodnoty zjištěné z rezonanční křivky

$$d = (0.035 \pm 0.003)$$

$$Q = (28.4 \pm 2.0)$$

$$R_s = (20.1 \pm 1.7)\Omega$$

6 Literatura

- [1] Bakule,R., Šternberk,R.: Fyzikální praktikum II. - elektřina a magnetismus, SPN Praha 1989
- [2] Mikulčák a kol.: Matematické, fyzikální a chemické tabulky, SPN, Praha 1970