

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM II

Úloha č.: VI

Název: Měření účinníku

Vypracovala: stud. sk. dne: 08.03.04.....

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval: dne výsledek klasifikace

Připomínky:

I. Pracovní úkol

I. Změřte účinník:

A. rezistoru

B. kondenzátoru ($C \sim 10 \mu F$)

C. cívky

Určete chybu měření. Diskutujte shodu výsledků s teoretickými hodnotami pro ideální prvky. Pro cívku vypočtete indukčnost a odpor v sériovém a paralelním náhradním zapojení.

II. Změřte účinník sériového a paralelního zapojení rezistoru a kondenzátoru ($C = 1; 2; 5; 10 \mu F$). Z naměřených hodnot stanovte odpor rezistoru. Určete chyby měření a rozhodněte, které z obou zapojení je v daném případě vhodnější pro stanovení odporu.

III. Změřte závislost proudu a výkonu na velikosti kapacity zařazené do sériového RLC obvodu.

IV. Výsledky úkolu III. zpracujte graficky, v závislosti na zařazené kapacitě vynesete účinník, fázový posuv, napětí vůči proudu a výkonu.

II. Teorie

V obvodu se střídavým proudem závisí výkon na efektivních hodnotách proudu a napětí a také na fázovém posunu amplitud těchto veličin. Středí hodnota výkonu je dána vztahem:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt \quad (1)$$

P výkon

T časová perioda

u okamžitá hodnota napětí

i okamžitá hodnota proudu

Při harmonickém průběhu se tento vztah upraví na:

$$P = \frac{U_0 I_0}{2} \cos \varphi \quad (2)$$

U_0 amplituda napětí

I_0 amplituda proudu

φ fázový posuv

$\cos \varphi$ účinník

Pro efektivní hodnoty dostáváme vztah:

$$P = U I \cos \varphi \quad (3)$$

U efektivní hodnota napětí

I efektivní hodnota proudu

V případě střídavých obvodů musíme použít zobecněného Ohmova zákona. Pro napětí platí:

$$u^*(t) = U_0 e^{j(\omega t + \varphi_1)} \quad (4)$$

e Eulerovo číslo

j imaginární jednotka

ω úhlová frekvence

φ_1 fáze napětí

Pro proud platí:

$$i^*(t) = I_0 e^{j(\omega t + \varphi_2)} \quad (5)$$

φ_2 fáze proudu

Poměr komplexního napětí a proudu je konstantní, vyjadřujeme ho jako komplexní impedanci:

$$Z^* = \frac{U^*}{I^*} \quad (6)$$

Z^* komplexní impedance

A. Odpor

Při zapojení odporu do obvodu platí Ohmův zákon a $Z^* = R$, tedy fázový posuv je nulový.

B. Cívka

Pro indukčnost L platí:

$$u^* = L \frac{di^*}{dt}, \text{ resp. } U^* = j\omega L I^* \quad (7)$$

Pro impedanci platí vztah:

$$Z_L^* = j\omega L = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (8)$$

Fázový posuv mezi napětím a proudem je tedy $\frac{\pi}{2}$.

Zapojení cívky nemůžeme považovat za ideální. Reálnou cívku můžeme nahradit zapojením ideální cívky indukčnosti L a rezistoru o odporu R_L . Zapojení může být buďto sériové:

$$Z_{RL} = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2} \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} \quad (10)$$

nebo paralelní:

$$\frac{1}{Z_{RL}} = \sqrt{\frac{1}{R_L^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}} \quad (11)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{R_L}{\omega L} \quad (12)$$

C. Kondenzátor

Pro proud na kondenzátoru platí:

$$i^* = I^* e^{j\omega t} = j\omega C U^* e^{j\omega t} \quad (13)$$

C kapacita kondenzátoru

Impedanci můžeme vyjádřit vztahem:

$$Z_C^* = -\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (14)$$

Fázový posuv mezi napětím a proudem je tedy $-\frac{\pi}{2}$.

Pro sériové zapojení odporu a kondenzátoru platí:

$$Z_{RC} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \quad (15)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{\omega RC} \quad (16)$$

Pro paralelní zapojení platí:

$$\frac{1}{Z_{RC}} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} \quad (17)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \omega RC \quad (18)$$

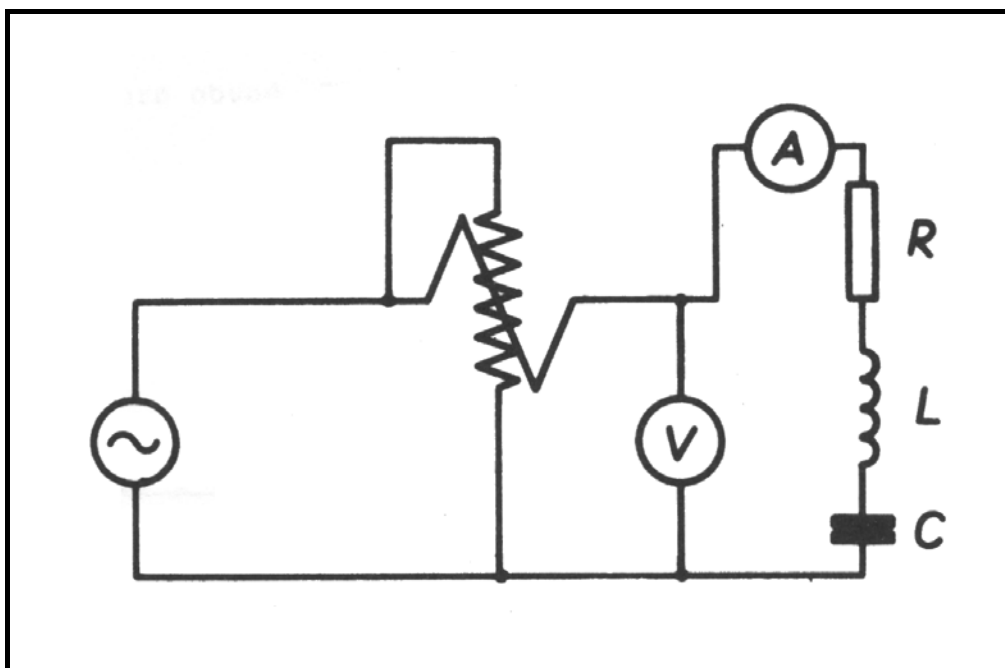
D. Sériový RLC obvod

Pro sériové zapojení RLC obvodu ze zobecněného Ohmova zákona plyne:

$$Z_{RLC} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (19)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{RLC} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (20)$$

Měření budeme provádět v zapojení viz obr. 1.



obr. 1

III. Výsledky měření

A. Úkol I.

tab. 1 – měření účinníku rezistoru, cívky, kondenzátoru			
	rezistor	cívka	kondenzátor
U [V]	$58,5 \pm 0,8$	$58,8 \pm 0,8$	$59,1 \pm 0,8$
I [mA]	54 ± 1	35 ± 1	180 ± 5
P [W]	$3,50 \pm 0,05$	$0,825 \pm 0,05$	$0,875 \pm 0,05$
$\cos\varphi$	$1,1 \pm 0,1$	$0,40 \pm 0,02$	$0,082 \pm 0,006$
$\varphi [^\circ]$	0	$66,4 \pm 0,3$	85 ± 1

chyby u veličin U, I, P vycházejí z přesnosti přístrojů a z možnosti odečítat přesně hodnotu na přístrojích

U cívky výsledek $\varphi = 66^\circ$ neodpovídá teoretické hodnotě (90°), cívka tedy nemá zanedbatelný vnitřní odpor. To znázorníme pomocí náhradního zapojení rezistoru s ideální cívkou.

Sériové zapojení $R = (680 \pm 40)\Omega$, relativní chyba 6%

$L = (4,9 \pm 0,4)H$, relativní chyba 8%

Paralelní zapojení $R = (4\,100 \pm 200)\Omega$, relativní chyba 6%

$L = (6,0 \pm 0,5)H$, relativní chyba 8%

B. Úkol II.

tab. 2 – sériové zapojení RC obvodu

C [μ F]	P [W]	U [V]	I [mA]	cos φ	R [Ω]
10,11	3,200	58,4	51,0	1,07 \pm 0,02	1100 \pm 20
9,60	3,150	58,5	51,0	1,06 \pm 0,02	1100 \pm 20
9,11	3,100	58,3	51,0	1,04 \pm 0,02	1090 \pm 20
6,90	2,875	58,3	49,0	1,01 \pm 0,02	1100 \pm 20
4,79	2,450	58,6	45,0	0,93 \pm 0,02	1120 \pm 20
4,23	2,275	58,6	43,0	0,90 \pm 0,01	1140 \pm 30
1,00	0,375	59,0	16,4	0,39 \pm 0,03	1680 \pm 50
3,11	1,775	58,6	37,5	0,81 \pm 0,01	1180 \pm 30
2,11	1,200	58,5	30,0	0,68 \pm 0,02	1240 \pm 40
7,34	2,900	58,3	49,0	1,02 \pm 0,01	1110 \pm 20

tab. 3 – paralelní zapojení RC obvodu

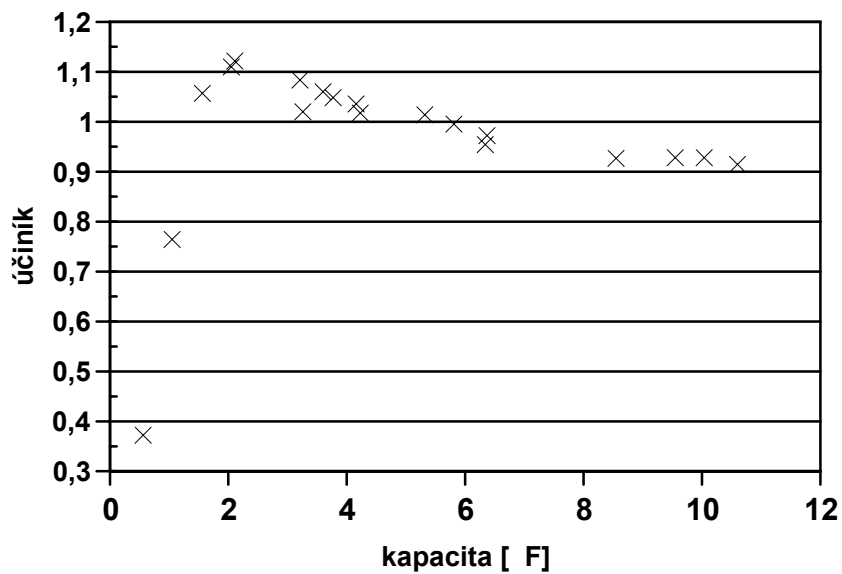
C [μ F]	P [W]	U [V]	I [mA]	cos φ	R [Ω]
7,34	4,03	58,1	145	0,478 \pm 0,005	1050 \pm 40
5,23	3,75	58,2	110	0,59 \pm 0,01	1070 \pm 50
4,23	3,73	58,1	92	0,70 \pm 0,01	1160 \pm 60
1,00	3,45	58,0	56	1,06 \pm 0,02	1100 \pm 100
2,21	3,60	57,9	67	0,93 \pm 0,02	1080 \pm 80
3,21	3,63	57,9	78	0,80 \pm 0,01	1120 \pm 70
6,34	3,92	57,7	125	0,544 \pm 0,004	1170 \pm 50
8,55	4,20	58,0	165	0,439 \pm 0,003	1070 \pm 30
9,55	4,30	58,2	180	0,410 \pm 0,003	1330 \pm 40
10,04	3,60	58,2	190	0,326 \pm 0,003	1190 \pm 30

C. Úkol III.

tab. 4 – sériové zapojení RLC obvodu

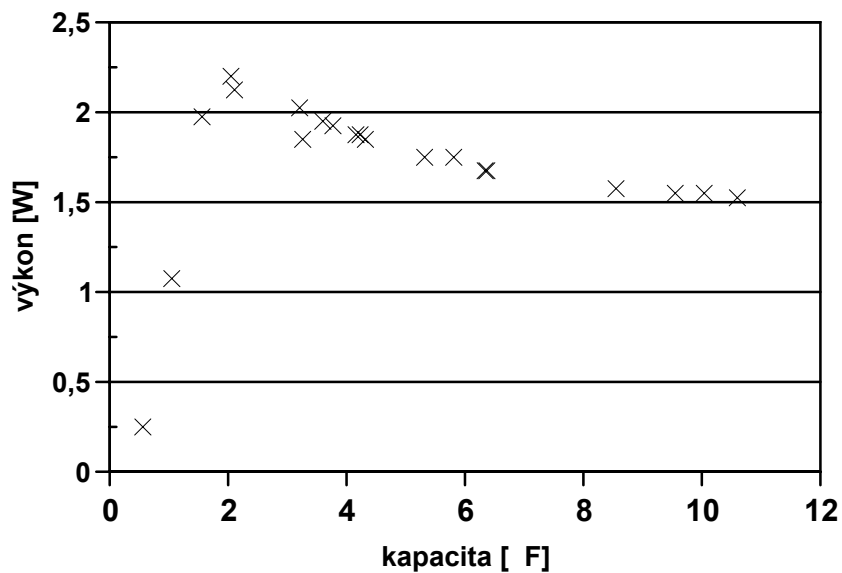
C [μ F]	P [W]	U [V]	I [mA]	cos φ	φ [°]
10,60	1,525	58,5	28,5	0,91 \pm 0,02	24
10,04	1,550	58,6	28,5	0,93 \pm 0,02	22
9,55	1,550	58,6	28,5	0,93 \pm 0,02	22
8,55	1,575	58,6	29,0	0,93 \pm 0,02	22
6,34	1,675	58,5	30,0	0,95 \pm 0,02	17
4,23	1,875	58,5	31,5	1,02 \pm 0,02	0
2,11	2,125	58,3	32,5	1,01 \pm 0,02	0
4,32	1,850	58,5	61,0	0,52 \pm 0,01	59
5,32	1,750	58,5	29,5	1,01 \pm 0,02	0
5,81	1,750	58,6	30,0	1,00 \pm 0,02	5
6,37	1,675	58,4	29,5	0,97 \pm 0,02	14
3,26	1,850	58,5	31,0	1,02 \pm 0,02	0
2,05	2,200	58,3	34,0	1,01 \pm 0,02	0
1,05	1,075	58,6	24,0	0,76 \pm 0,03	40
0,56	0,250	58,9	11,4	0,37 \pm 0,05	68
1,56	1,975	58,4	32,0	1,06 \pm 0,02	0
3,77	1,925	58,3	31,5	1,05 \pm 0,02	0
3,21	2,025	58,4	32,0	1,08 \pm 0,02	0
3,60	1,950	58,4	31,5	1,06 \pm 0,02	0
4,16	1,875	58,4	31,0	1,04 \pm 0,02	0

Závislost účinníku na kapacitě



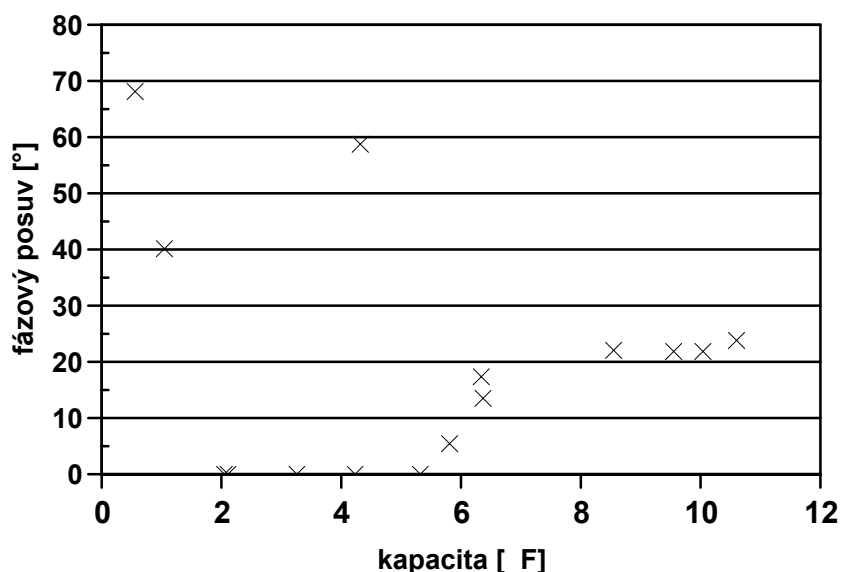
graf 1

Závislost výkonu na kapacitě



graf 2

Závislost fázového posuvu na kapacitě



graf 3

IV. Diskuse

A. Úkol I.

Při měření obvodu pouze s rezistorem došlo ke shodě s teorií, podle které při tomto zapojení nedochází k fázovému posuvu napětí vůči proudu. Při měření vyšel $\cos\varphi$ o něco vyšší než jedna. K největší chybě docházelo při určení proudu. Kondenzátor se chová jako téměř ideální součástka. Fázový posuv nám vyšel -85° , teoretická hodnota je -90° . Rozdíl je způsoben vnitřním odporem kondenzátoru. Cívku za ideální považovat nemůžeme, teoretický fázový posuv má být 90° , ale při měření vychází 66° . Při náhradním paralelním zapojení vychází indukčnost cívky i vnitřní odpor větší než při sériovém. Na chybu těchto veličin má vliv především nepřesnost určení účinku.

B. Úkol II.

Nejlepší zapojení bude takové, ve kterém bude nejmenší vliv vnitřního odporu kondenzátoru a bude maximální účinek. V paralelním zapojení je účinek roven jedné při minimální kapacitě, odpor při této kapacitě je $1\,100\,\Omega$. V sériovém zapojení nám při maximální kapacitě vychází účinek i v rámci chyb o něco větší než jedna. Zapojení jsou prakticky rovnocenná, ale nejspíše bych se přiklonila k paralelnímu zapojení pro menší odchylky od

očekávaných hodnot. Hlavní chybu do měření přinášelo měření proudu, mohlo se také projevit kolísání frekvence.

C. Úkol III.

V závislosti účinníku, výkonu a fázového posuvu na kapacitě jsou znázorněny v grafech 1 až 3. Z grafu 3 se dá rezonance určit jen těžko, přesto je naznačeno, že při malých hodnotách kapacity převažuje kapacitní člen a tedy fázový posuv je záporný. Naopak při vyšších hodnotách převažuje indukční člen a fázové posunutí je také záporné. Rezonance nastává někde v rozmezí kapacit 2–4 μF . Vychází nám opět kosinus větší než jedna. Proud nejprve prudce roste, stejně jako účinník, a pak postupně pomaleji klesá (viz graf 1 a 2).

V. Závěr

A. Úkol I.

Rezistor $\cos \varphi = (1,1 \pm 0,1)$ $\varphi = 0^\circ$

Kondenzátor $\cos \varphi = (0,082 \pm 0,006)$ $\varphi = (85 \pm 1)^\circ$

Cívka $\cos \varphi = (0,040 \pm 0,002)$ $\varphi = (66,4 \pm 0,3)^\circ$

Cívka evidentně není ideální, sériové náhradní zapojení:

$$R = (680 \pm 40)\Omega, \text{ relativní chyba } 6\%$$

$$L = (4,9 \pm 0,4)H, \text{ relativní chyba } 8\%$$

paralelní náhradní zapojení:

$$R = (4\,100 \pm 200)\Omega, \text{ relativní chyba } 6\%$$

$$L = (6,0 \pm 0,5)H, \text{ relativní chyba } 8\%$$

B. Úkol II.

Odpor rezistoru $R = (1\,100 \pm 100)\Omega$ pro paralelní zapojení.

C. Úkol III.

Závislost účinníku, výkonu a fázového posuvu na kapacitě jsme znázornili v grafu 1 až 3. Rezonance nastává někde mezi 2-4 μF .

VI. Literatura

Bakule, R., Štenberk, J.: Fyzikální praktikum II., SPN Praha, 1989

Spružil, B., Zieleniecová, P.: Úvod do teorie fyzikálních měření, SPN Praha, 1986

Matematické, fyzikální a chemické tabulky, SPN Praha, 1989