

I. Pracovní úkol

1. Změřte modul pružnosti v tahu E oceli z prodloužení drátu.
2. Změřte modul pružnosti v tahu E oceli, duralu, či mosazi z průhybu trámku
3. Výsledky zpracujte pomocí lineární regrese
4. Výsledky měření graficky znázorněte

II. Teorie

A. Měření modulu pružnosti z prodloužení drátu

Působí-li na drát síla F , pro jeho prodloužení platí:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{l_0 \cdot F}{S} \quad (1)$$

E modul pružnosti v tahu

S průřez drátu

l_0 délka drátu

Modul pružnosti v tahu udává poměr mezi napětím σ a relativním prodloužením ε :

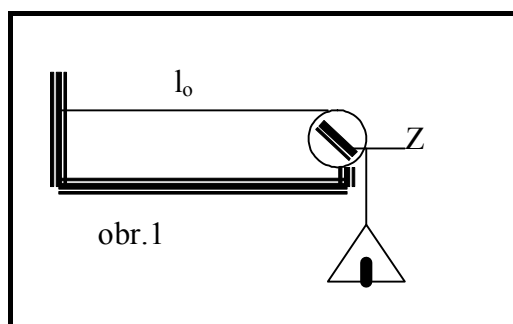
$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3)$$

Z (1), (2), (3) plyne:

$$E = \frac{l_0 \cdot F}{\Delta l \cdot S} \quad (4)$$

Protažení drátu měříme na zařízení znázorněném na obr. 1.



Drát je veden přes kladku a zatížen. Na kladce je zrcátko. V něm sledujeme stupnici. Při prodloužení drátu se zrcátko pootočí o úhel $\Delta\alpha$. Platí:

$$r \cdot \Delta\alpha = \Delta l \quad (5)$$

$$\operatorname{tg}(2\Delta\alpha) = \frac{n - n_0}{L} \quad (6)$$

r poloměr kladky

n_0 dílek stupnice, který vidíme před otočením o $\Delta\alpha$

n dílek stupnice, který vidíme po otočení o $\Delta\alpha$

L vzdálenost stupnice od zrcátka

Protože $\Delta\alpha$ je malý úhel, můžeme použít vztah:

$$\Delta\alpha = \frac{n - n_0}{2L} \quad (7)$$

B. Měření modulu pružnosti z průhybu trámku

Trámek obdélníkového průřezu je podepřen mezi dvěma břity vzdálenými l . Uprostřed ho zatížíme silou F a zde se prohne o y . Platí:

$$y = \frac{F \cdot l^3}{48E \cdot I_p} \quad (8)$$

I_p plošný moment setrvačnosti průřezové plochy tyče vzhledem k vodorovné ose, kolmé k délce trámku, a procházející těžištěm

Platí:

$$I_p = \frac{a \cdot b^3}{12} \quad (9)$$

a šířka trámku

b výška trámku

Z (8), (9) plyne:

$$E = \frac{F \cdot l^3}{4yab^3} \quad (10)$$

III. Výsledky měření

A. Protážení drátu

Průměr drátu měříme mikrometrem.

tab. 1 – měření průměru drátu d										
č. m.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d [mm]	0,51	0,51	0,51	0,51	0,52	0,51	0,51	0,52	0,52	0,51

Průměr je $d = (0,51 \pm 0,01) \text{ mm}$.

Aktivní délka drátu l_0 měřená pásovým měřítkem je $l_0 = (114,0 \pm 0,5) \text{ cm}$.

Průměr kladky $2r$ měřený posuvným měřítkem je $2r = (38,5 \pm 0,1) \text{ mm}$.

Vzdálenost stupnice od zrcátka L měřená pásovým měřítkem je $L = (95,2 \pm 0,1) \text{ cm}$.

tab. 2 – prodloužení v závislosti na hmotnosti závaží														
m [kg]	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3
n_1 [cm]	22,1	21,9	21,6	21,3	21,0	20,7	20,5	20,2	19,9	19,6	19,4	19,1	18,8	18,5
n_2 [cm]	22,1	21,8	21,6	21,3	21,0	20,8	20,5	20,2	19,9	19,6	19,3	19,1	18,8	18,5

n_1 hodnota na stupnici po zatížení

n_2 hodnota na stupnici po odlehčení

Tíhové zrychlení g uvažujeme $9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Modul pružnosti $E = (1,94 \pm 0,16) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, relativní chyba je 8%.

B. Průhyb trámku

Vzdálenost břitů je $l = (41,3 \pm 0,1) \text{ cm}$ měřeno pásovým měřítkem.

1. OCELOVÝ TRÁMEK

tab. 3 – rozměry ocelového tráčku

č. m.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a [mm]	12,0	12,0	11,9	12,0	11,8	11,9	12,0	11,9	12,0	12,0
b [mm]	3,02	3,02	3,03	3,02	3,03	3,03	3,02	3,03	3,03	3,02

Šířka tráčku měřena posuvným měřítkem $a = (12,0 \pm 0,1) \text{ mm}$.

Výška tráčku měřena mikrometrem $b = (3,03 \pm 0,01) \text{ mm}$.

tab. 4 – prohnutí v závislosti na hmotnosti

m [kg]	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
y_1 [mm]	0,4	0,7	0,9	1,2	1,5	1,7	2,0	2,3	2,6	2,9
y_2 [mm]	0,4	0,8	1,0	1,3	1,5	1,8	2,0	2,3	2,6	2,8

y_1 prohnutí tráčku při zatížení

y_2 prohnutí tráčku při odlehčení

Modul pružnosti $E = (1,95 \pm 0,12) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, relativní chyba je 6%.

2. MOSAZNÝ TRÁMEK

tab. 5 – rozměry mosazného tráčku

č. m.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a [mm]	11,9	11,9	11,8	11,9	11,9	11,8	12,0	11,9	11,9	11,8
b [mm]	2,01	2,01	2,01	2,01	2,00	2,01	2,01	2,02	2,00	2,01

Šířka tráčku měřena posuvným měřítkem $a = (11,9 \pm 0,1) \text{ mm}$.

Výška tráčku měřena mikrometrem $b = (2,01 \pm 0,01) \text{ mm}$.

tab. 5 – prohnutí v závislosti na hmotnosti

m [kg]	0,00	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,47
y ₁ [mm]	1,3	3,1	4,0	5,3	5,8	6,7	7,6	8,5	9,4	9,8
y ₂ [mm]	1,3	3,1	4,0	5,3	5,9	6,7	7,6	8,6	9,4	9,8

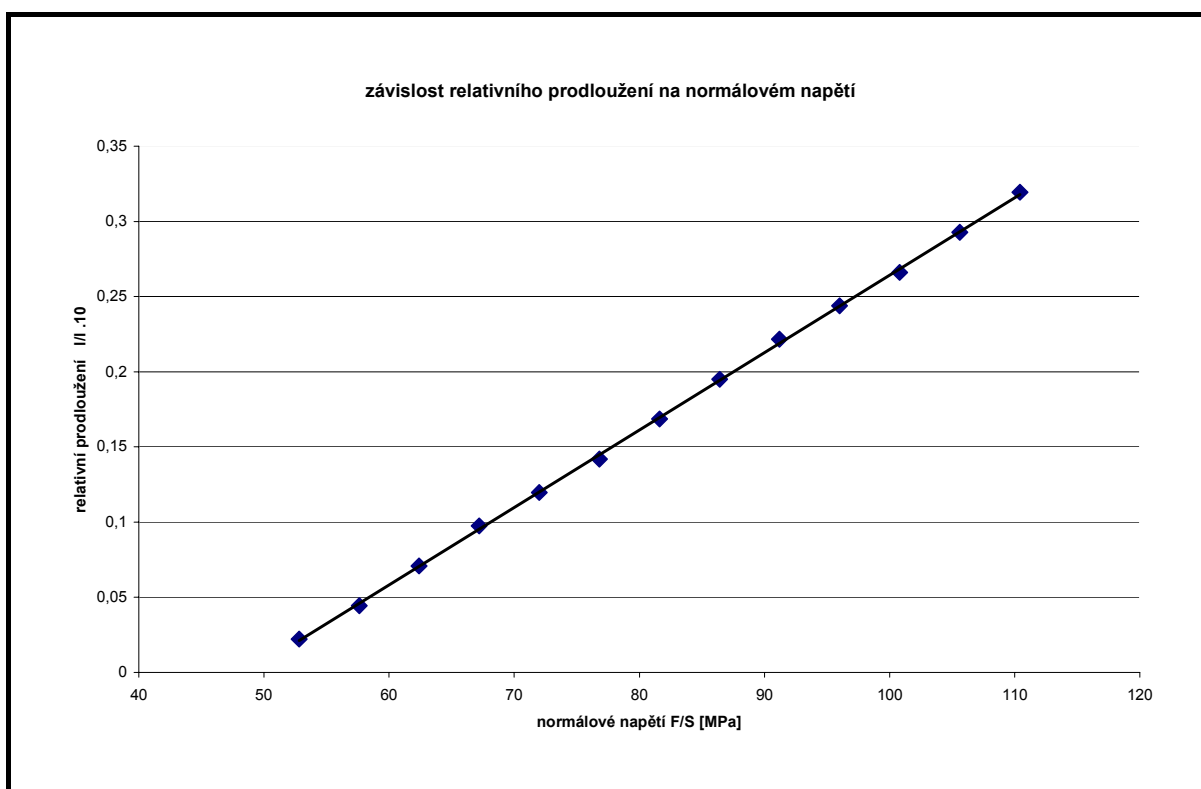
y₁..... prohnutí trámků při zatížení

y₂..... prohnutí trámků při odlehčení

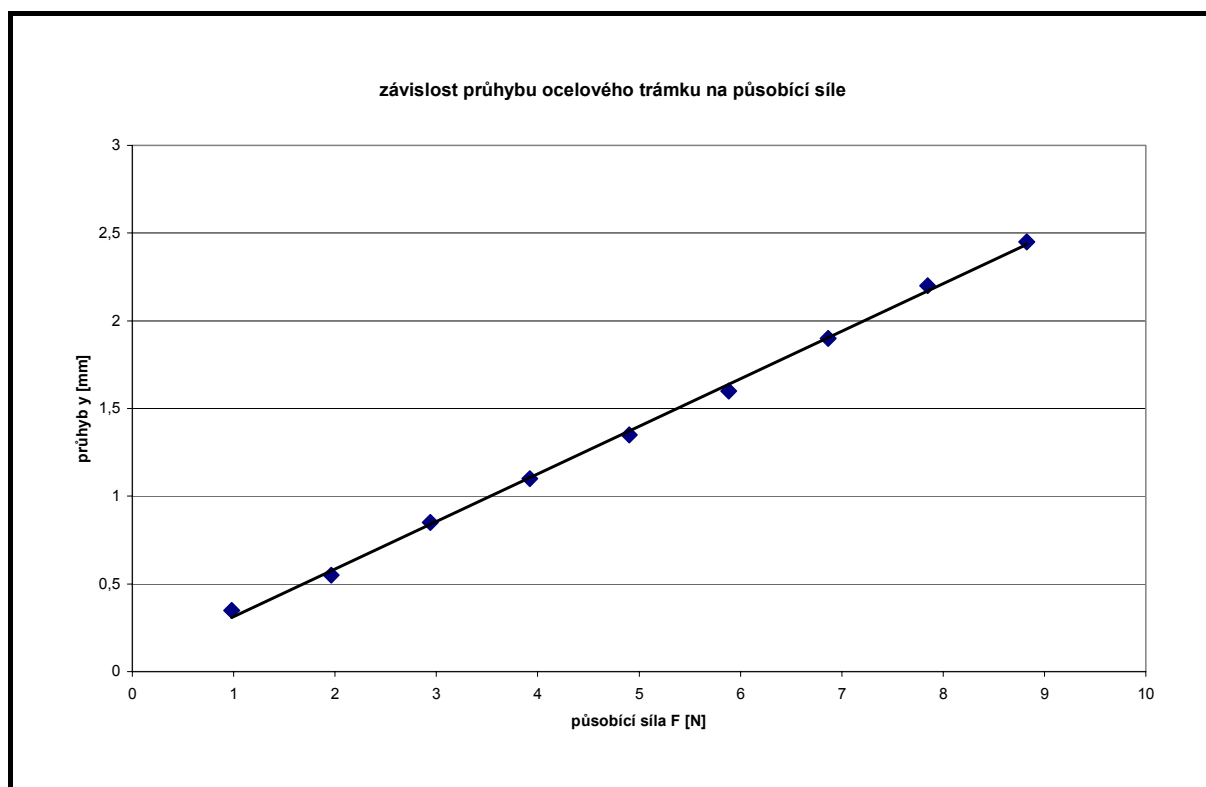
Modul pružnosti $E = (1,00 \pm 0,02) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, relativní chyba je 2%.

IV. Grafické znázornění

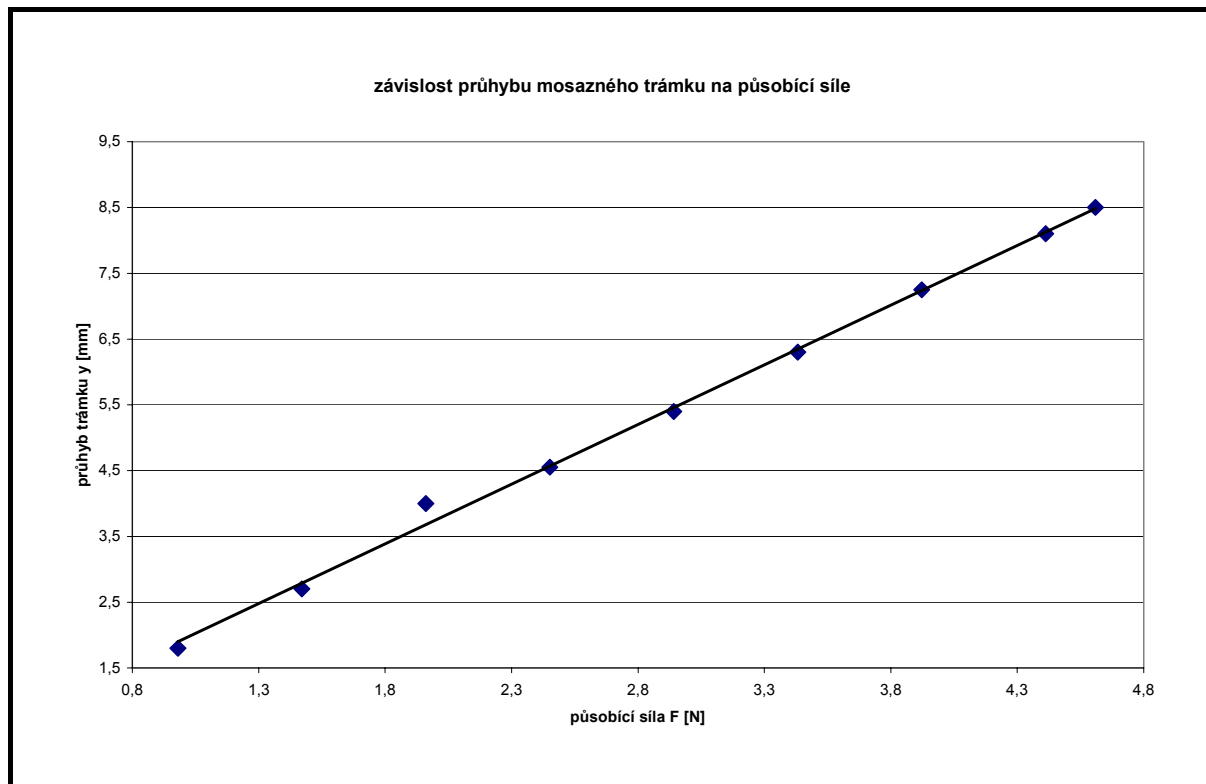
Graf 1



Graf 2



Graf3



V. Diskuse

Je zřejmé, že druhá metoda je přesnější. Relativní chyba je zde menší. První metodu (měření z protažení drátu) by bylo možno zpřesnit především přesnějším změřením protažení drátu. Zde má na chybu měření vliv mnoho faktorů, jako průměr kladky a vzdálenost stupnice od zrcátka a také drobné otřesy podloží při odečítání údajů ze stupnice. Další zpřesnění je možné lepším změřením průměru drátku. Průměr vstupuje do výpočtu modulu pružnosti ve druhé mocnině (jako průřez S), proto je vliv této chyby poměrně velký.

Druhá metoda je velice přesná hlavně při měření modulu pružnosti mosazi. Mosaz se prohýbá více, proto je relativní chyba menší. Zdrojem chyb této metody je tedy hlavně měření průhybu trámku.

Tabulkové hodnoty modulu jsou vyšší, než hodnoty naměřené. To lze vysvětlit nejspíše tím, že použité materiály nejsou zcela čisté.

VI. Závěr

Tabulkové hodnoty:

- ♦ ocel – $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$
- ♦ mosaz – $E = 0,99 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

Zjištěné hodnoty:

- ♦ ocel, z prodloužení drátu – $E = (1,94 \pm 0,16) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$
- ♦ ocel, z průhybu trámku – $E = (1,95 \pm 0,12) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$
- ♦ mosaz, z průhybu trámku – $E = (1,00 \pm 0,02) \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

VII. Použitá literatura

Úvod do teorie fyzikálních měření, Boris Sprušil, Pavla Zieleniecová, SPN, Praha, 1986

Fyzikální praktikum I., D. Slavínská, I. Stulíková, P. Vostrý, SPN, Praha, 1989