

## Úkol

### Pracovní úkol

1. Změřte teplotní závislost povrchového napětí destilované vody  $\sigma$  v rozsahu teplot od 295 do 345 K metodou bublin.
2. Měřenou závislost znázorněte graficky. Závislost aproximujte kvadratickou funkcí.

### Klíčová slova

povrchové napětí, měření povrchového napětí metodou bublin

### Pokyny k měření

1. Poloměr kapiláry  $r_0 \approx 10^{-4}$  m. Kapalinou v mikromanometru je voda.
2. Proveďte odhad očekávaných změn  $\Delta p_{\max}$  pro daný teplotní rozsah na základě tabulkových hodnot povrchového napětí destilované vody.
3. Před měřením teplotní závislosti  $\sigma$  je nutné si řádně osvojit metodiku měření touto metodou změřením  $\sigma$  za pokojové teploty.
4. Pro měření je vhodné nastavit rameno mikromanometru tak, aby úhel sklonu byl  $30^\circ$ .
5. Voda z aspirátoru se musí vypouštět dostatečně pomalu, aby tvorba bublin probíhala za přibližně rovnovážného stavu.

## Teorie

Při vtlačování vzduchu do kapaliny působí na kapalinu v místě rozhraní kapalina–vzduch hydrostatická síla, kapilární síla a síla způsobená rozdílem tlaků vzduchu v kapiláře a vzduchu u hladiny kapaliny. Zanedbáme-li změnu hydrostatického tlaku s výškou, ustálí se tvar rozhraní v podobě části sféry. Je-li kapilára zavedena těsně pod hladinu, je možné zanedbat hydrostatickou sílu úplně. Pak je za rovnováhy rozdíl  $\Delta p$  tlaků vzduchu v kapiláře a vzduchu u hladiny kapaliny roven kapilárnímu tlaku  $p_k$ , který lze v případě kulové plochy určit jako [1]:

$$p_k = \frac{2\sigma}{r_0}, \quad (1)$$

kde

$\sigma$  ..... povrchové napětí kapaliny

$r$  ..... poloměr kulové plochy

Tedy platí

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r} \quad (2)$$

Měříme-li rozdíl tlaků  $\Delta p$  mikrometrem se sklonem  $30^\circ$ , lze  $\Delta p$  určit jako:

$$\Delta p = \frac{1}{2} h \rho g, \quad (3)$$

kde

$h$  ..... dílek ukazovaný manometrem

$\rho$  ..... hustota kapaliny

$g$  ..... tíhové zrychlení

Po dosazení lze  $\sigma$  vyjádřit jako:

$$\sigma = \frac{g\rho r_0}{4} h \quad (4)$$

Kulová plocha má nejmenší poloměr v okamžiku, kdy je roven poloměru  $r_0$  kapiláry. V tomto okamžiku dosahuje  $h$  nejvyšší hodnoty (označme ji  $h_0$ ). Platí tedy:

$$\sigma = \frac{g\rho r_0}{4} h_0 \quad (5)$$

## Postup měření

Nechť  $i \in \mathbb{N}$  udává číslo měření.

Při různých teplotách  $t_i$  jsem změřil dílek ukazovaný manometrem  $h_{0,i}$ . V uzavřené nádobě naplněné destilovanou vodou, propojené s aspirátorem a mikromanometrem (se sklonem od vodorovné roviny  $30^\circ$ ), byla upevněná kapilára tak, aby jedním koncem končila těsně pod hladinou a druhým ústila ven z nádoby. Ve vodě byl upevněný rtuťový teploměr. Nádobu jsem vložil do magnetické míchačky, jež zprostředkovávala ohřev vody. Otevřel jsem ventil aspirátoru, a nechal tak pomalu snižovat tlak v nádobě, přičemž jsem sledoval manometr. Odečítal jsem lokální maxima  $h_{0,i}$  hodnoty ukazované manometrem a příslušné teploty  $t_i$  vody (z teploměru). Po dosažení maxima se brzy bublinka pod kapilárou uvolnila, a umožnila tak (alespoň částečné) vyrovnání tlaku v nádobě s vnějším tlakem. Měření jsem opakoval pro různé teploty ve zkoumaném intervalu.

Teplotní závislost dílku ukazovaného manometrem  $h_0(t)$  v daném teplotním rozsahu jsem určil regresí kvadratickou závislostí:

$$h_0(t) = A_1 + B_1 t + C_1 t^2 \quad (6)$$

Teplotní závislost povrchového napětí  $\sigma(t)$  v tomto teplotním rozsahu jsem určil pomocí (5): označím-li

$$\sigma(t) = A + Bt + Ct^2, \quad (7)$$

pak

$$\begin{aligned} A &= \frac{g\rho r_0}{4} A_1 \\ B &= \frac{g\rho r_0}{4} B_1 \\ C &= \frac{g\rho r_0}{4} C_1 \end{aligned} \quad (8)$$

Jako poloměr kapiláry jsem použil udávanou hodnotu. Jako hustotu destilované vody jsem použil tabelovanou hodnotu. Jako tíhové zrychlení jsem použil tabelovanou hodnotu.

## Výsledky měření

### Přesnost přístrojů

mikromanometr:  $1 \cdot 10^{-3}$  m  
rtuťový teploměr: 0,5 K

### Ostatní pomůcky

nádoba s kapilárou a teploměrem, naplněná destilovanou vodou, propojená s aspirátorem a mikromanometrem, magnetická míchačka

### Podmínky měření

místo: Praha, Ke Karlovu 3  
čas: 7.5.2008  
teplota vzduchu: 296,5 K  
atmosférický tlak:  $99,4 \cdot 10^3$  Pa  
vlhkost vzduchu: 37%

### Hustota destilované vody při dané teplotě

$\rho = 9,9754 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  (za normálního tlaku a teploty 296,15 K) (budu považovat za neomezeně přesné)  
zdroj: [2]

### Poloměr kapiláry

$r_0 = (2,75 \pm 0,10) \cdot 10^{-4}$  m  
zdroj: přiložený údaj

### Tíhové zrychlení v Praze

$g = 9,810 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  (budu považovat za neomezeně přesné)  
zdroj: [3]

**Teplotní závislost dílku ukazovaného manometrem**

přístroje: rtuťový teploměr, mikromanometr

přesnosti přístrojů:  $\Delta[t_i] = 0,5 \text{ K}$   
 $\Delta[h_{0,i}] = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ chyby měření:  $\varepsilon[t_i] = \Delta[t_i]$   
 $\varepsilon[h_{0,i}] = \Delta[h_{0,i}]$ 

Tab. 1: Teplotní závislost dílku ukazovaného manometrem

č.m.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$t_i$ [°C]	21,5	22,0	22,5	23,0	23,5	24,0	24,5	25,0	25,5	26,0	26,5	27,0	27,5
$h_{0,i}$ [mm]	112,0	112,0	111,5	111,0	111,0	111,0	111,0	111,0	110,5	110,5	110,5	110,5	110,0

č.m.	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$t_i$ [°C]	28,0	28,5	29,0	30,0	30,5	31,0	31,5	32,0	32,5	33,0	33,5	34,0	34,5
$h_{0,i}$ [mm]	110,0	110,0	110,0	110,0	109,5	109,5	109,0	109,0	109,0	108,5	108,5	108,5	108,5

č.m.	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$t_i$ [°C]	35,0	36,5	37,5	39,0	40,5	41,0	42,0	42,5	43,0	43,5	44,0	44,5	45,0
$h_{0,i}$ [mm]	108,0	107,5	107,0	106,5	106,5	106,5	106,5	106,0	106,0	105,5	105,5	105,0	104,5

č.m.	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
$t_i$ [°C]	47,5	48,5	49,5	50,0	51,0	52,0	53,0	53,5	54,0	54,5	55,5	56,5	57,0
$h_{0,i}$ [mm]	103,5	103,0	103,0	103,0	102,0	101,5	101,5	101,0	101,0	101,0	100,5	100,5	100,5

č.m.	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
$t_i$ [°C]	57,5	58,0	59,0	59,5	60,0	61,0	62,0	62,5	63,0	64,0	64,5	65,0	65,5
$h_{0,i}$ [mm]	99,5	99,5	99,5	99,0	99,0	99,0	98,5	98,5	98,0	98,0	97,5	98,5	98,0

č.m.	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
$t_i$ [°C]	66,0	66,5	67,0	67,5	68,0	68,5	69,0	69,5	70,0	70,5	71,0	71,5	72,0
$h_{0,i}$ [mm]	97,5	97,5	97,0	97,0	98,0	97,0	95,5	96,5	96,5	96,5	96,5	96,5	97,0

Ze souboru jsem pro další účely vyřadil jako hrubou chybu měření č. 72. Ze souboru jsem též vyřadil jako hrubou chybu měření č. 31 – 37 (viz *diskusi*).

Výsledné hodnoty parametrů fitu funkce (6):

$$A_1 = (2,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$B_1 = (-7,2 \pm 1,7) \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$C_1 = (6 \pm 3) \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{K}^{-2}$$

(Chybu jsem určil jako standardní odchylku.)

**Teplotní závislost povrchového napětí**

Konstanty  $A$ ,  $B$ ,  $C$  v závislosti (7) změřím podle (8).

Chyby měření určím podle zákona šíření chyb [4, str. 44, (3,43)].

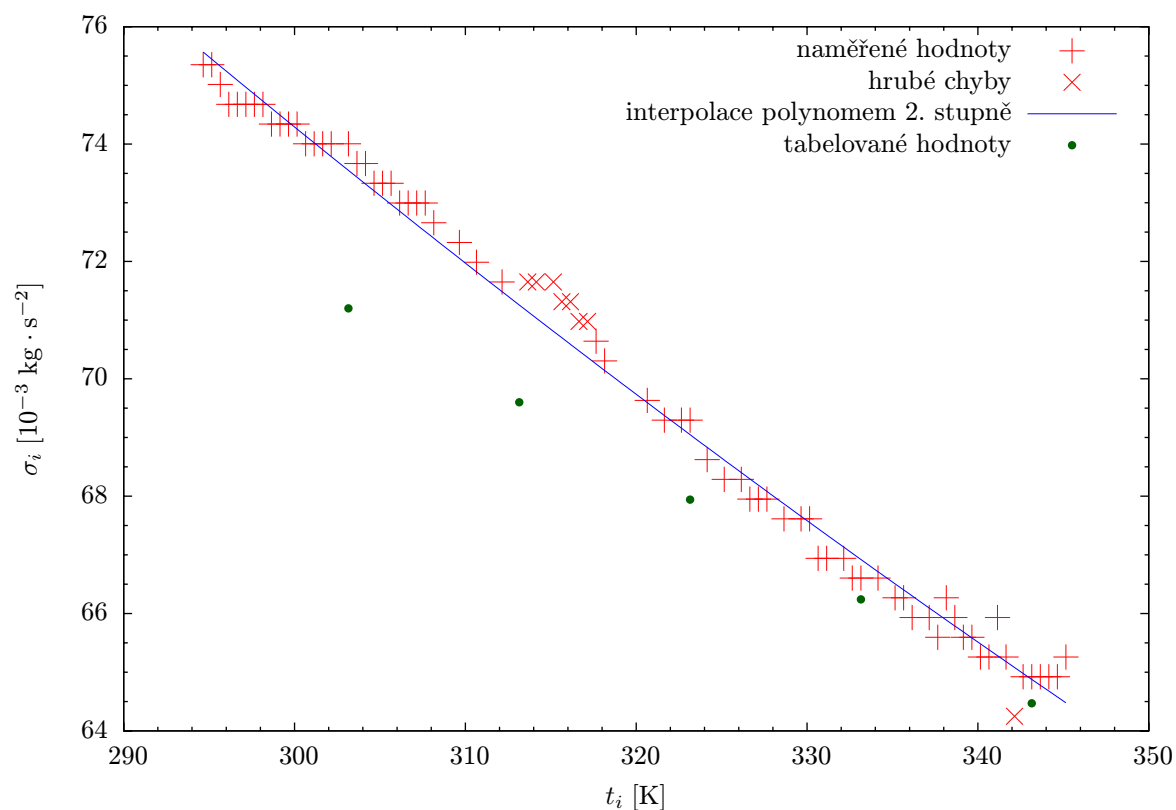
$$A = (1,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$B = (-4,9 \pm 1,1) \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$C = (4 \pm 2) \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-2}$$

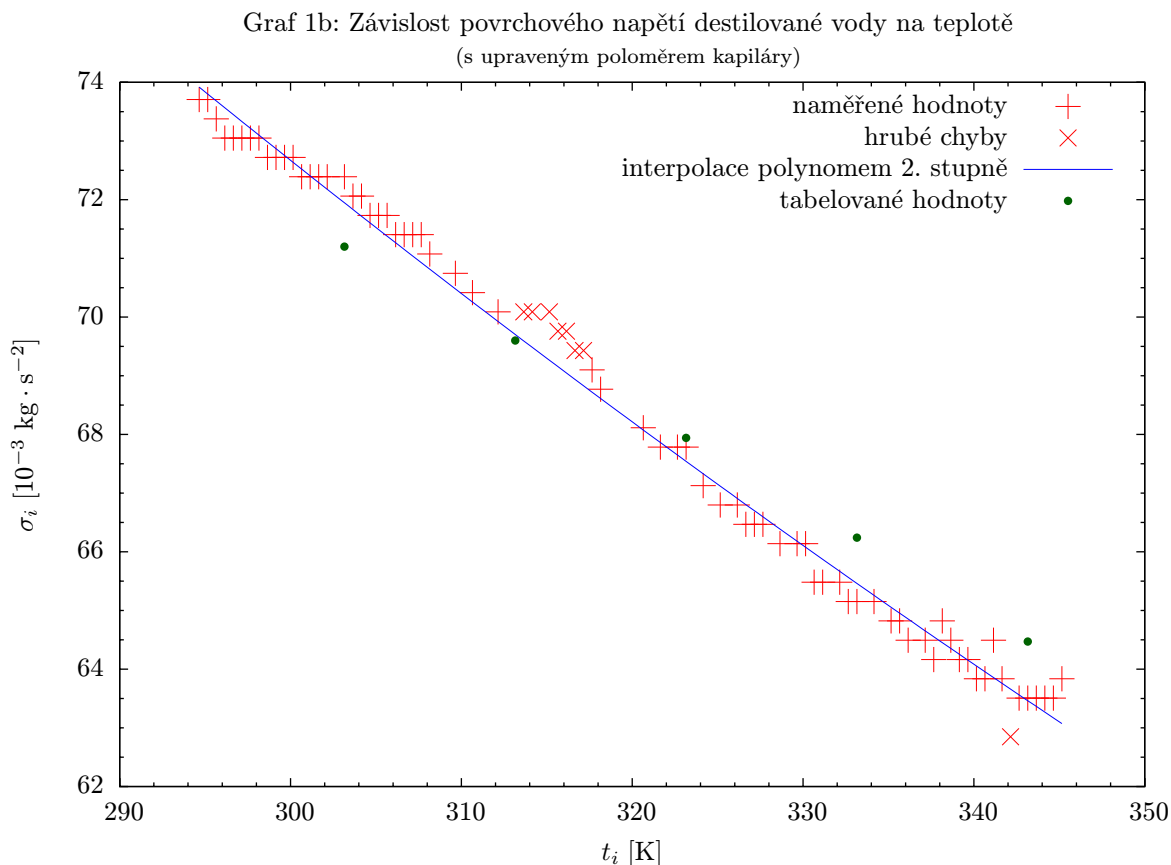
**Grafické znázornění teplotní závislosti povrchového napětí**

Graf 1: Závislost povrchového napětí destilované vody na teplotě



Jako tabelované hodnoty jsem použil hodnoty udávané [3].

Naměřené hodnoty povrchového napětí jsou větší než tabelované, čehož příčinu lze očekávat v odlišnosti skutečného minimálního poloměru kapičky od poloměru kapiláry. Následuje graf závislosti pro poloměr  $r_0$  upravený na  $2,69 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ :



## Diskuse

Statistické chyby parametrů regrese jsou příliš velké; to je nejspíše z velké části způsobeno neodhalenými hrubými chybami, které mají na výslednou chybu značný vliv.

Povrchové napětí určené z naměřené závislosti je vždy trochu větší než tabelované hodnoty. To je pravděpodobně způsobeno chybou určení nejmenšího poloměru kapičky, kterou jsem určoval jako poloměr kapiláry. Po úpravě tohoto poloměru je shoda již uspokojivá.

Na grafech je vidět, že závislost je ve vyšetřovaném intervalu přibližně lineární.

Body v oblasti přibližně od 313 K do 317 K (body 31 – 37) se oproti ostatním bodům znatelně odklání od interpolačního polynomu (i v případě, že je zahrnu do souboru). Tyto body jsem klasifikoval jako hrubou chybu způsobenou tím, že v této oblasti byl pravděpodobně pokles tlaku v nádobě příliš rychlý (ventil aspirátoru příliš otevřený), a narušoval tak předpoklad o rovnováze sil. Tyto body jsem při zpracování vyřadil ze statistického souboru.

Na základě předchozí úvahy usuzuji, že výsledky tohoto experimentu jsou velmi citlivé na to, zda voda odtéká z aspirátoru dostatečně pomalu. Očekávám, že chyba způsobená narušením předpokladu o rovnováze sil má na výslednou skutečnou chybu určení závislosti, pomínu-li chybu určení poloměru, největší vliv.

Přesnost měření je nejvíce ovlivněna přesností určení extrémního poloměru kapičky. Ten navíc nemusí být rovný poloměru kapiláry, v důsledku případného zaoblení jejího konce. Je také možné, že se některé bublinky uvolnily před dosažením tohoto extrému, což by ovšem naměřené hodnoty vůči skutečným snižovalo.

## Závěr

Metodou bublin jsem změřil teplotní závislost povrchového napětí destilované vody v rozsahu teplot 295 K – 345 K — viz *tabulka 1*.

Závislost jsem interpoloval kvadratickou funkcí:

$$\sigma(t) = A + Bt + Ct^2,$$

kde

$$A = (1,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$B = (-4,9 \pm 1,1) \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$C = (4 \pm 2) \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-2}$$

Její grafické znázornění je na *grafu 1*.

## Reference

- [1] KVASNICA, Jozef. *Mechanika*. 1. vydání. Praha: Academia, 1988.
- [2] North Carolina State University, Chemistry Department. *Density of Water, Vapor Pressure of Water* <<http://www.ncsu.edu/chemistry/resource/H2Odensity-vp.html>> získáno 16.5.2008.
- [3] MIKULČÁK, Jiří. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, spol. s r. o., 2005. ISBN 80-7196-264-3.
- [4] BROŽ, Jaromír. *Základy fyzikálních měření (I)*. 1. vydání. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, n. p., 1967.