

# 1 Pracovní úkol

1. Sestavte obvod podle obr.1 a změřte pro obvod v periodickém stavu závislost doby kmitu  $T$  na velikosti zařazené kapacity. ( $C = 0.5 - 10\mu F$ ,  $R = 20\Omega$ ). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti  $L$  zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro deset hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru ( $1 - 10\mu F$ ). I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti  $L$ .
3. Změřte závislost relaxační doby obvodu RC na velikosti odporu nebo kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

# 2 Teoretický úvod

Diferenciální rovnice tvaru:

$$a\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + cx = 0 \quad (1)$$

kde  $a, b, c$  jsou konstanty,  $t$  je čas a  $x$  je proměnná, popisuje systém, který vykonává volné tlumené kmity.

V našem případě tyto kmity vykonává RLC obvod (zapojení viz obr.1 - příloha 1), proto je  $x = I$ ,  $a = L$ ,  $b = \frac{1}{C}$  a  $c = R$ .

Řešením této rovnice mohou nastat tři případy:

1. Je-li  $\frac{1}{C} > \frac{R^2}{(2L)^2}$ , získáme periodické řešení, při němž průběh proudu popisuje vztah:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{BL} e^{-At} \sin Bt \quad (2)$$

kde  $A = \frac{R}{2L}$ ,  $B^2 = \frac{1}{LC} - A^2$ .

2. Je-li  $A^2 = (\frac{R}{2L})^2 = \frac{1}{LC}$ , mluvíme o mezně aperiodickém stavu. S časem se nemění směr proudu, ale pouze jeho velikost a to dle vztahu:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{L} t e^{-At}. \quad (3)$$

3. Je-li  $A^2 = (\frac{R}{2L})^2 > \frac{1}{LC}$ , mluvíme o aperiodickém stavu. Průběh proudu potom popisuje vztah:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{BL} e^{-AT} \sinh BT \quad (4)$$

kde  $B^2 = \frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}$

Při periodickém stavu platí pro dobu kmitu  $T$ :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (5)$$

Jestliže zvětšujeme tlumení obvodu (tj. v našem případě zvětšujeme hodnotu odporu  $R$ ), prodlužuje se doba kmitu. V mezně aperiodickém stavu by teoreticky vzrostla nade všechny meze. Pro aperiodizační odpor proto platí:

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6)$$

Pro obvod RC by se proud měnil s čase úměrně funkci  $e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Veličina  $\tau$  se nazývá relaxační doba a je rovna  $\tau = RC$ .

## 3 Výsledky měření

### 3.1 Závislost doby kmitu na velikosti kapacity

tab.1

C ( $\mu F$ )	0.5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T (ms)	5.9	8.2	12.4	15.0	17.4	19.9	22.0	23.5	25.7	27.2	28.8

Doba kmitu  $T$  byla měřena několikrát. Pro větší přesnost jsme měřili dobu pěti kmitů. V tabulce je uvedena průměrná doba jednoho kmitu. Grafické zpracování viz. příloha 2. zjištěná indukčnost:  $L_1 = (1.4 \pm 0.3)H$

### 3.2 Hodnoty aperiodizačních odporů

tab. 2

C ( $\mu F$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R ( $\Omega$ )	2350	1670	1360	1200	1100	1000	940	870	840	810

Grafické zpracování viz příloha 2.

Průměrná indukčnost zjištěná podle vzorce 6:  $L_2 = (1.5 \pm 0.3)H$

### 3.3 Závislost relaxační doby na velikosti odporu a kapacity

tab. 3

C ( $\mu F$ )	1	2	3	4	5
5	0.005	0.010	0.016	0.021	0.260
10	0.010	0.021	0.031	0.040	0.053
20	0.021	0.042	0.062	0.079	0.104
30	0.031	0.060	0.091	0.123	0.153
40	0.041	0.080	0.122	0.163	0.199

V tabulce jsou uvedeny relaxační doby pro jednotlivé hodnoty odporu a kapacity (v prvním řádku jsou hodnoty kapacity, v prvním sloupci hodnoty odporu, v ostatních polích je hodnota relaxační doby pro příslušný odpor a kapacitu).

Grafické zpracování viz příloha 2.

## 4 Diskuse

Tvaru křivky znázorňují závislost doby kmitu pro obvod v periodickém stavu na velikosti kapacity nejlépe odpovídá funkce tvaru  $a\sqrt{x}$ , což odpovídá teorii.

Největším zdrojem chyb bylo v úkolu 1 nejspíše odečítání doby kmitu z grafu. V úkolu 2 byla největší chyba způsobena tím, že námi používanou metodou lze určit aperiodizační odpor s přesností pouze asi  $\pm 100\Omega$ .

Metoda zjištění relaxační doby byla založena na prokládání regresní křivky několika body. Proto si myslíme, že přesnost určení relaxační doby není příliš velká. Přesto závislosti vyšly lineární, což odpovídá teoretickým předpovědím.

## 5 Závěr

Změřili jsme závislost doby kmitu na velikosti kapacity pro obvod RLC v periodickém stavu. Grafické zpracování viz příloha 2.

Zjištěná velikost indukčnosti:  $L_1 = (1.4 \pm 0.3)\text{H}$

Stanovili jsme hodnoty aperiodizačních odporů pro deset hodnot kapacit. Hodnoty odporů jsou v tab. 2, grafické zpracování viz příloha 2.

Zjištěná velikost indukčnosti:  $L_2 = (1.5 \pm 0.3)\text{H}$

Změřili jsme závislost relaxační doby na velikosti odporu a na velikosti kapacity kondenzátoru. Hodnoty viz tab. 3, grafické zpracování viz příloha 2.

## 6 Literatura

- [1] Bakule,R., Šternberk,R.: Fyzikální praktikum II. - elektřina a magnetismus, SPN Praha 1989
- [2] Brož,J.:Základy fyzikálních měření, SPN Praha 1967