

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM I

Úloha č.: III

Název: Studium proudění viskózní kapaliny trubicemi kruhového průřezu

Vypracovala: **stud. sk.** **dne:** 07.11.03.....

Odevzdal dne: **vráceno:**

Odevzdal dne: **vráceno:**

Odevzdal dne:

Posuzoval: **dne** **výsledek klasifikace**

Připomínky:

I. Pracovní úkol

- I. Pro tři vodorovné trubice kruhového průřezu s různými průměry, které jsou opatřeny manometry, proměřte závislost objemového průtoku Q_V na úbytku statického tlaku Δp na vyšetřované délce trubice l ve směru proudění.
- II. Sestrojte grafy závislosti $Q_V = Q_V(\Delta p)$. Do grafu také zakreslete teoretické křivky této závislosti plynoucí z Poiseuillovy rovnice.
- III. Sestrojte graf závislosti $k = k(Re)$, kde k je součinitel odporu trubice a Re je Reynoldsovo číslo.

II. Teorie

A. Závislost objemového průtoku na úbytku statického tlaku

Z Poiseuillovy rovnice vyplývá lineární závislost $Q_V = Q_V(\Delta p)$ pro laminární proudění. Poiseuillovy rovnice:

$$Q_V = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \Delta p \quad (1)$$

Q_V objemový průtok kapaliny

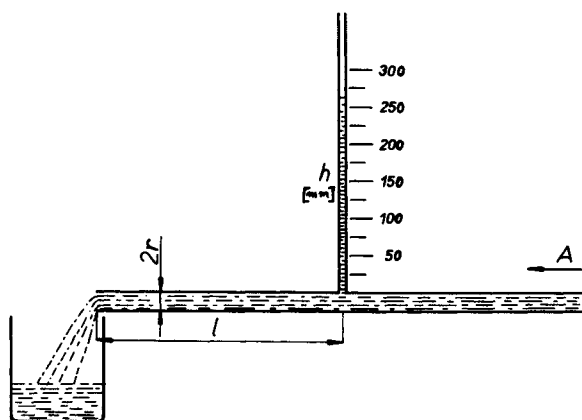
r vnitřní poloměr trubice

η dynamická viskozita kapaliny

l délka trubice

Δp rozdíl statického tlaku na začátku a konci trubice

Pro měření $Q_V = Q_V(\Delta p)$ použijeme aparaturu (obr. 1):



Obr. 1

Tlakový rozdíl určíme ze vztahu:

$$\Delta p = h\rho g \quad (2)$$

h výška sloupce kapaliny v manometrické trubici

ρ hustota kapaliny při dané teplotě

g tíhové zrychlení

Objemový průtok určíme ze vztahu:

$$Q_V = \frac{V}{t} \quad (3)$$

V objem vyteklé kapaliny

t čas, po který kapalina vytéká

B. Závislost součinitele odporu trubice k na Reynoldsově čísle Re

Úbytek statického tlaku můžeme vyjádřit v závislosti na součiniteli odporu trubice:

$$\Delta p = k \frac{l}{2r} \rho v_s^2 \quad (4)$$

v_s střední rychlost proudění v průřezu proudové trubice

Pro objemový průtok platí:

$$Q_V = \pi r^2 v_s \quad (5)$$

Reynoldsovo číslo Re charakterizuje proudění vztahem:

$$Re = \frac{r \rho v_s}{\eta} \quad (6)$$

Z rovnic (4), (5), (6) dostaneme teoretickou závislost součinitele odporu pro laminární proudění:

$$k = \frac{16}{Re} \quad (7)$$

Pro turbulentní proudění platí vztah:

$$k \doteq \frac{0,112}{\sqrt[4]{Re}} \quad (8)$$

Výsledky zpracováváme pomocí programu **Trubice**. Program spočítá součinitele odporu trubice podle vztahu:

$$k = \frac{2\pi^2 r^5 \Delta p}{l \rho Q_V^2} \quad (9)$$

a Reynoldsovo číslo ze vztahu:

$$\text{Re} = \frac{Q_V \rho}{\pi \eta r} \quad (10)$$

Tyto vztahy plynou z (4), (5), (6). Vypočtené hodnoty program zaneše do grafu. Hodnotu r určíme s nedostatečnou přesností, proto musíme tuto hodnotu pomocí počítače zpřesnit, aby experimentální závislost $Q_V = Q_V(\Delta p)$ odpovídala předpokladům pro laminární proudění.

III. Výsledky měření

Hustota vody při 23°C: $\rho = 997,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.


Dynamická viskozita při 23°C: $\eta = 0,9575 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1} \text{ kg s}^{-1}$

A. Trubice 1

tab. 1 – délka trubice 1				
č. m.	1	2	3	4
l [cm]	20,1	20,2	20,1	20,2

Délka trubice 1: $l_1 = (20,2 \pm 0,1) \text{ cm}$, relativní chyba je 0,5%.

Poloměr trubice upravený počítačem: $r = 2,05 \text{ mm}$.

tab. 2 – naměřené hodnoty pro výpočet objemového průtoku v závislosti na tlaku												
h [cm]	0,8	15,2	13,5	12,0	10,5	9,0	7,5	6,0	4,5	3,0	2,0	1,5
V [ml]	0	165	161	138	130	122	111	100	135	144	142	84
t [s]		9,8	10,0	10,6	9,8	10,0	10,0	9,8	15,0	20,0	30,0	30,0

Teplota vody: $t = (23 \pm 1) ^\circ\text{C}$.

B. Trubice 2


tab. 3 – délka trubice 2

č. m.	1	2	3	4
l [cm]	25,1	25,2	25,2	25,1

Délka trubice 1: $l_1 = (25,2 \pm 0,1) \text{ cm}$, relativní chyba je 0,4%.

Poloměr trubice upravený počítačem: $r = 1,07 \text{ mm}$.

tab. 4 – naměřené hodnoty pro výpočet objemového průtoku v závislosti na tlaku

h [cm]	1,5	24,0	20,0	18,0	16,1	14,0	11,9	10,0	8,1	6,2	3,8
V [ml]	0	88	114	104	96	82	93	60	60	43	23,5
t [s]		19,8	30,2	30,0	30,0	30,0	39,8	30,0	35,2	35,0	40,0

Teplota vody: $t = (23 \pm 1) ^\circ\text{C}$.

C. Trubice 3


tab. 5 – délka trubice 3

č. m.	1	2	3	4
l [cm]	25,0	25,0	25,0	25,0

Délka trubice 1: $l_1 = (25,0 \pm 0,1) \text{ cm}$, relativní chyba je 0,4%.

Poloměr trubice upravený počítačem: $r = 1,46 \text{ mm}$.

tab. 6 – naměřené hodnoty pro výpočet objemového průtoku v závislosti na tlaku

h [cm]	1,4	24,0	22,3	20,0	18,0	16,0	14,0	12,0	10,0	8,0	6,0	4,0	3,1
V [ml]	0	152	150	142	175	136	166	188	174	140	104	72,0	47,0
t [s]		19,8	20,4	20,0	25,0	20,0	24,8	29,8	30,0	30,0	30,2	35,0	40,2

Teplota vody: $t = (23 \pm 1) ^\circ\text{C}$.

IV. Diskuse

Závislost $Q_V = Q_V(\Delta p)$ vyšla v laminární části proudění dle předpokladů. Museli jsme však pomocí počítače upřesnit velikosti poloměrů jednotlivých trubic. Neboť u trubice 1 došlo nejdříve k turbulentnímu proudění, není zde lineární závislost tolik zřetelná (jen první tři body grafu). U trubice 3 lze pozorovat větší interval Δp s laminárním prouděním a v trubici 2 voda protékala laminárně v celém zkoumaném intervalu Δp .

K největším chybám docházelo při měření průměru trubek. Chyba určení délek trubic byla mnohem menší, ale měla by jít zmenšit. Byla způsobena především nemožností přesně určit místo, kde osa manometrické trubice protíná zkoumanou trubici. Chybu určení výšky sloupce h jsem snížila odečtením výšky způsobené kapilární elevací, dále ji patrně již snížit nejde, neboť velké fluktuace, především v trubici 3 a v části zkoumaného intervalu Δp v trubici 1, jsou způsobeny přechodem proudění kapaliny od laminárního k turbulentnímu proudění.

Závislost $k = k(Re)$ vyšla dle předpokladů. Hodnoty trubice se shodují s předpoklady v celém zkoumaném intervalu Δp . Hodnoty trubic 1 a 3 se z části shodují s křivkou pro laminární proudění a z části s křivkou pro turbulentní proudění (viz grafy). U trubice 3 je vidět také přechodovou oblast od laminárního k turbulentnímu proudění, kdy se naměřené body přesunují od křivky pro laminární proudění ke křivce pro turbulentní proudění.

V. Závěr

Pomocí programu **Trubice** byla závislost $Q_V = Q_V(\Delta p)$ vynesena do grafu a vedle ní také dvě křivky odpovídající teoretické závislosti podle Poiseuillovy rovnice. Do zvláštního grafu byly také vyneseny závislosti $k = k(Re)$ a to jak pro laminární část proudění, tak pro turbulentní část. U trubice 2 je proudění laminární, u trubice 1 je nejlépe vidět turbulentní proudění a u trubice 3 vidíme přechodovou část (okolo hodnoty $Re = 1500$).

VI. Použitá literatura

Úvod do teorie fyzikálních měření, Boris Sprušil, Pavla Zieleniecová, SPN, Praha, 1986

Fyzikální praktikum I., D. Slavínská, I. Stulíková, P. Vostrý, SPN, Praha, 1989

Fyzikální a matematické tabulky, J. Brož a kol., SNTL, Praha, 1980